ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ

ΚΑΙ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ

ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

εἰς αὐτὴν ὑπόμνημα.

Archimedis

Syracusani

DIMENSIO CIRCULI

et

Eutocii Ascalonitae

in hanc Commentarius.

Digitized by Google

Geschenk an die Akad. d. Bibl.
Nro 297.
A. Gr. b. 505
Archimedes
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ,

ΚΑΙ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ

ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

εἰς αὐτὴν ὑπόμνημα.

Archimedis

Syracusani

DIMENSIO CIRCULI,

et

Eutocii Ascalonitae

in hanc Commentarius;

cum notis integris Johannis Wallis,

quibus suas passim addidit

Jos. Gutenaecker.

Cum tabula.

Wurceburgi,

apud C. C. Etlinger. MDCCCXXV.

Digitized by Google

Kreis-Meſſung
des
Archimedes von Syrakus
nebſt
dem dazu gehörigen Kommentare
des
Eutokius von Aſkalon,

aus dem Griechiſchen überſetzt, mit Anmerkungen begleitet, und einer Einleitung, welche ſich vorzüglich über die Zahlenbezeichnungsarten und das Zahlenſyſtem der Griechen ausbreitet, verſehen

von
Joſeph Gutenäcker,
k. Studienlehrer zu Neuburg an der Donau.

Mit einer Figurentafel.

Würzburg,
in der Etlinger'ſchen Buch- und Kunſthandlung.
1825.

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

Vorrede.

Mit Schüchternheit trete ich mit dieſen meinen Erſtlingen vor das Forum der gelehrten Welt, nur zu gut bekannt mit den Schwierigkeiten, welche ſich dem Bearbeiter eines ſolchen Gegenſtandes entgegenſtemmen, ſo wie mit den Anforderungen, die an ihn gemacht werden.

Nur das Intereſſe, welches man in neueren Zeiten den Mathematikern der Griechen, unſern ewig denkwürdigen Meiſtern, ſchenkt, konnte in mir den Entſchluß zur Herausgabe der Kreis-Meſſung des Archimedes und des dazu gehörigen Kommentares von Eutokius erregen. Die Erwägung, daß der Eutokiſche Kommentar der wenigen Quellen eine iſt, aus denen wir vom

Digitized by Google

Rechnungsverfahren der Griechen Kenntniß ſchöpfen können, und daß er, wenigſtens meines Wiſſens, unter den Deutſchen noch keinen Bearbeiter gefunden hat, brachte dieſen meinen Entſchluß zur Reiſe; und ich kann daher nur wünſchen, daß dieſes Unternehmen Beifall finde, und auf dem bisher noch wenig bearbeiteten Felde der griechiſchen Mathematiker einige Früchte bringe.

Bei Beurtheilung dieſer Schrift, bitte ich vorzüglich dieſen Umſtand nicht außer Acht zu laſſen, daß ſie ein jugendlicher Verſuch iſt, und bei ihrem Beginne nicht zur öffentlichen Bekanntmachung beſtimmt war; denn noch während meiner Studienjahre auf der Univerſität füllte ich viele meiner Freiſtunden mit Ueberſetzungen aus Euklid, Archimed und anderen griechiſchen Mathematikern aus, von welchen ich nun vorliegende Bearbeitung, die ich ſeit meinem Eintritte in das öffentliche Leben noch einer kleinen Prüfung unterworfen habe, als ein Probeſtück

Digitized by Google

den Freunden des klaſſiſchen Alterthums über-
gebe.

Der Hauptzweck, den ich bei dieſer Arbeit zu erreichen ſuchte, war: eine Anleitung zum Studium der griechiſchen Mathematiker, insbeſondere aber des Archimedes zu liefern; daher denn auch die häufigeren Zitate aus Euklid, ſo wie das in der Einleitung näher aus einander geſetzte Zahlenſyſtem und die Zahlenbezeichnungsart der Griechen u. ſ. w. Die aufmerkſamere Behandlung des letzterwähnten Gegenſtandes ſchien mir um ſo nothwendiger, weil er einmal von den Grammatikern noch keiner eigenen Prüfung unterworfen, und dann faſt durchaus irrig dargeſtellt wurde.

Vom griechiſchen Texte, wie er ſich in der Ausgabe des Wallis (Opp. Math. T. III.) findet, bin ich nur in einigen wenigen Fällen abgewichen, auf welche ich (die Interpunktionen und Akzente ausgenommen) in den Anmerkungen

Digitized by Google

ſtets aufmerkſam gemacht habe; und nur dieß glaube ich noch angeben zu müſſen, daß ich die Buchſtaben, welche ſich auf eine Figur beziehen, um nicht zu einer Verwechſlung mit den Zahlen Anlaß zu geben, mit großen Anfangsbuchſtaben, die Zahlen aber mit Letern des kleinen Alphabets bezeichnete, obgleich bei Wallis beide durch Buchſtaben des kleinen Alphabets angedeutet ſind. Die Anmerkungen des Wallis wurden deßwegen vollſtändig aufgenommen, weil wir den Bemühungen dieſes Mannes eine neue Text-Rezenſion zu verdanken haben, und aus ihnen den Text der Editio princeps Basil. ex offic. Johannis Heruagii 1544. die ich noch einmal verglichen habe, genau kennen lernen, und welcher Wallis, ob ſie gleich durch häufige Fehler entſtellt iſt, doch vielen Werth beilegt, weil ſie genau von den Manuſkripten abgedruckt iſt. (Cf. Wallis l. c. p. 528.)

In der Ueberſetzung machte ich es mir durch- aus zur Pflicht, dem Urterte ſo viel wie möglich

Digitized by Google

treu zu bleiben. Erforderte hie und da die Deutlichkeit ein oder mehrere Worte, welche in dem Orginale ſelbſt nicht vorkommen, ſo wurden dieſe in Parentheſen eingeſchloſſen beigefügt. Der bei uns üblichen mathematiſchen Zeichen, welche die Ueberſetzung etwas abgekürzt hätten, bediente ich mich deßwegen nicht durchaus, weil ſie den Griechen unbekannt waren, und würde ſie auch bei den Proportionen nicht angewendet haben, wenn der immerwiederkehrende Wortausdruck nicht allzu beleidigend auf das Ohr einwirkte, und die leichtere Ueberſicht der Beweiſe erſchwerte. Folgende von Archimedes und Eutokius zur Bezeichnung der Figuren gewählten Buchſtaben: *Α*, *Β*, *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Κ*, *Μ*, *Ν*, *Ο*, hielt ich auch in der Ueberſetzung wegen des gleichen Lautes und der gleichen Form bei, für *Γ*, *Δ*, *Θ*, *Λ*, *Ξ*, *Π*, *Ρ* ſetzte ich C, D, F, L, X, P, R. In den Anmerkungen beobachtete ich ſtets den Grundſatz, auf keine Stelle mich zu berufen, die ich nicht ſelbſt geleſen. Bin ich hier in biographiſchen Notizen etwas zu weit-

ſchweiſig geworden; ſo geſchah dieß blos bei ſolchen Männern, die weniger bekannt ſind.

Dieſe Bemerkungen hielt ich für nöthig, und es bleibt mir nur noch der Wunſch, daß dieſe Arbeit einigen Nutzen ſtiften möge, ſo wie die Bitte an jeden Verehrer der Wiſſenſchaft, mir die nöthigen Belehrungen, welche ich ſtets mit dem innigſten Danke anerkennen werde, gefälligſt mitzutheilen, und das Verſprechen, daß, im Falle dieſe Arbeit Beifall finden würde, in Kürze auch andere Schriften des Archimedes von mir ähnlich bearbeitet erſcheinen ſollen.

Neuburg am 12ten Mai 1825.

Der Verfaſſer.

Digitized by Google

Einleitung.

Die Lebensumſtände Archimeds von Syrakus, (288 — 212 v. Chr.) der um alle Theile der Mathematik ein ewig bleibendes Verdienſt ſich erworben hat, und der ſowohl hinſichtlich ſeiner Erfindungen, durch die er das Gebiet dieſer Wiſſenſchaft unglaublich erweiterte, als auch hinſichtlich ſeiner ausgezeichneten Geiſtesgröße eine Vergleichung mit den vorzüglichſten Männern jedes Jahrhunderts und unter allen Nationen aushält, — ſind zu bekannt, als daß ſie hier noch einer Erwähnung bedürften. Ich beſchränke mich daher nur auf die Angabe ſeiner Eigenheiten in dem Dialekte, in der Konſtruktions- und Beweisart, und noch einiger anderer Punkte, die in einer nähern Berührung mit der Kreis-Meſſung deſſelben ſtehen.

Ueber den Dialekt, deſſen ſich Archimed bedient, und über die Schickſale, welche ſeine Werke in dieſer Hinſicht erlitten, ſagt Wallis im Anfange ſeiner Anmerkungen und Verbeſſerungen zu der Kreis-Meſ-

ſung S. 545 Folgendes: Notandum hic primo venit, *Archimedem*, utpote *Syracusanum*, usum fuisse Dialecto Dorica: Quod videre est, in plerisque ab eo scriptis: et maxime in *ψαμμίτῃ*, seu *Arenario;* qui (paucis admodum vocabulis exceptis, quod Librariis imputandum credo,) est totus Doricus.

Verum hic liber, qui est *De Circuli Dimensione*, vix quicquam habet quod Doricam Dialectum sapit. Id vero ab *Archimede* profectum esse, non existimo; qui, dubio procul, omnia eadem Dialecto scripsit: Sed, vel Librariis imputandum; vel, quod potius crediderim, Commentatoribus; et praesertim *Eutocio:* (ejusve forsan praeceptori, *Isidoro Milesio Mechanico;* cujus meminit *Eutocius* in Epigraphe, Commentario huic subjuncta; quasi Editio *Archimedis* ab ipso fuerit recognita: saltem si ea verba *Eutocii* sint; fueritque *Isidorus* ille, *Eutocii* Praeceptor; et non Librarii, qui dicat a suo praeceptore recognitum esse tum *Archimedis* Tractatum, tum Commentarium *Eutocii.*) Videtur utique *Eutocius*, non modo *'Υπομνήματα* seu Commentarios scripsisse: sed et Textum (qui forte tum fuerat a Librariis depravatus) emendasse; et quidem ad suam ipsius Dialectum redegisse, et Dorismos omnes eliminasse. Quod eo magis credo, quoniam id maxime

factum deprehendo in Libris *De Sphaera et Cylindro,* atque in hoc *De Circuli Dimensione;* quos primos enarrandos suscepit *Eutocius:* (ut ex ipsius Prooemio ad hunc librum liquet.) Et quamquam in Libros *De Aequiponderantibus* Commentarios item scripserit; id serius factum est, et strictim; atque hinc esse credo, quod Textum ibidem minus mutavarit. Reliqui autem *Archimedis* libri, in quos *Eutocii* Commentarios non habemus, Dorismum suum adhuc retinent; puta *De Conoidibus et Sphaeroidibus; De Spiralibus; De Quadratura Parabolae;* et, *Arenarius.*

Undecunque autem fuerit haec Dialectus mutatio: quanquam, in *Arenario*, visum fuerit, quo Dialectus sit uniformis, in paucis quibusdam vocibus Dorismum restituere, (Librariorum incuria, potius quam de industria mutatum;) in hoc tamen Libro, quia mutatio ea perpetua est, id faciendum non existimavi: sed ea tantum emendanda, quae vel Librarii, vel Typographi incuria, irrepserint sphalmata.

Nicht ohne Grund widerlegt Fabrizius in der Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 551 dieſe Meinung mit folgenden Worten: . . . quod vero in libro de circuli dimensione et in libris de sphaera ac cylindro exigua dorismi vestigia supersunt, id librariis potius, qui hos libros frequentius de-

scripserunt, tribuerim, quam Eutocio vel ejus praeceptori Isidoro Milesio Mechanico, quibus hoc adscribit Vir incomparabilis Ioh. Wallisius. Sane Eutocius ipse in lib. 2. de sphaera ac cylindro p. 30 edit. Basil. summo se studio vetera Archimedis exemplaria indagasse testatus, disertis verbis queritur se vix ea potuisse consequi, quae ἐν μέρει τὴν Ἀρχιμήδει φίλην δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, *quae vel ex parte doricam dialectum conservassent qua Archimedes delectatur.*

In den Konſtruktionen und Beweiſen iſt Archimedes äußerſt kurz, indem er ſolche Leſer vorausſetzt, die mit den Anfangsgründen der Arithmetik und Geometrie auf das Genauſte vertraut ſind. Daher fährt Wallis fort: Notandum porro est, solitum esse *Archimedem*, tum in Constructionibus, tum in Demonstrationibus suis, brevem esse et succinctum: adeoque intellectu supplenda nonnulla; quae in Elementorum scriptoribus, diserte potius dicenda essent. Solet utique Euclides, (ut et plerique veterum,) Constructiones suas, ut plurimum, ita particulatim designare, ut ad perfectam constructionem nihil desit: et Demonstrationes sic ornare, ut omnia sint particulatim ibidem ostensa, vel ex ante demonstratis assumta. Archimedes autem, (cum non tradat Elementa, sed tradita praesumit, adeo-

Digitized by Google

que jam satis intellecta;) ea saepe usus est brevitate, ut Constructionis minutiora, quaeque ex inspectu Schematis facile intelligas, consulto omittat, (ut qui adeptis scribat, non tironibus,) ea contentus insinuasse, quae in constructione sint praecipua. Et, in Demonstrationibus multa passim Lemmata praesumit, tanquam ex elementis nota, aut inde facile (si opus sit) demonstranda. Adeoque, in Constructionibus, aliquoties subintelligendum est, *καὶ ἕτερα ὡς ἐν σχήματι*, (aut huic aliqua non absimilis formula,) quo suppleri intelligantur ea quae vel leviter tantummodo sunt insinuata, aut etiam plane relinquuntur subintelligenda. (Puta, ad Prop. 2 *γδεζ esse unam rectam, eamque diametro αβ parallelam;* aliaque istius modi: item, in ipsa Prop. 2. vox *ἔγγιστα,* aut excidit, aut saltem subintelligenda est; ut et alibi aliquoties.) Atque in Demonstrationibus similiter; aut ipse suppleas, aut ex Commentatoribus petas, Lemmatum, quae praesumuntur, demonstrationes; et calculo comprobes, quas ille praesumit operationes Arithmeticas. In quem finem, Eutocii subjunctus est Commentarius.

Die Aufgabe, die Archimedes in dem vorliegenden Werkchen durch eine ganz einfache und äußerſt deutliche Darſtellung gelößt hat (Eutoc. ad Prop. 1.) war ſchon lange vor ihm bis auf die neueſten Zeiten

„eine Lieblingsbeſchäftigung aller jener, welche gerne „Erfindungen in der Mathematik machen möchten, „ohne jedoch die dazu nöthigen Kenntniſſe zu beſitzen", wie ſich ein Rezenſent in dem 24ſten Bande der Wiener Jahrbücher der Literatur 1823 ausdrückt. Ich verweiſe daher alle jene, welche ſich über das Geſchichtliche dieſes Gegenſtandes näher zu belehren wünſchen, auf die angeführte Rezenſion, und das um ſo mehr, weil dort zugleich auch die Arbeit des Archimedes auf eine geziemende Weiſe gewürdigt und dargeſtellt iſt,*) und begnüge mich blos mit einer Darſtellung der ſchon vor Archimed unter den Griechen von Hippokrates und Antiphon, (deren Eutocius im Anfange ſeiner Erklärungen gedenkt,) angeſtellten Verſuche, den Kreis zu quadriren.

Bevor ich aber hiezu übergehe, glaube ich auf das ſchon lange vor Hippokrates und Antiphon von den Indiern angegebene und weniger gekannte Verhältniß des Durchmeſſers zum Umkreiſe aufmerkſam machen zu müſſen. „Das Verhältniß des Durch-

*) Ueber dieſen Gegenſtand vergleiche man noch: Käſtners Geſchichte der Mathematik 1. Th. S. 477 — 512, 2. Th. S. 69 — 72, 3. Th. S. 50 — 69. Grieſers Elementar-Geometrie u. eb. Trig. Kempten 1823. S. 57 u. 58. — Schöns Lehrbuch der reinen niedern Geometrie. Nürnberg bei Felßecker. 1808. S. 139 — 151.

Digitized by Google

„meſſers zum Umkreiſe" ſagt Hr. Prof. Grieſer in ſeiner Elementar-Geometrie und ebenen Trigonometrie S. 57. §. 107. „gaben die alten Inder ſchon „zu 1250 : 3927 oder 1 : 3,1416 an. Dasſelbe „ſteht in einem Buche der Braminen: Ayeen Ak„bery, und iſt das älteſte bekannte."

Der Verſuch des Hippokrates von Chios (S. Eutok. Anm. 3), der durch ſeine Luneln zwar Kreisſtücke nicht aber den ganzen Kreis genau quadrite, läßt ſich etwa auf folgende Weiſe darſtellen; Es ſei ein Kreis mit dem Durchmeſſer AF und dem Mittelpunkte C gegeben. (Fig. V.) Nun errichte man von C aus die auf AF perendikulare BC, und vereinige die Punkte A und B, B und F durch gerade Linien. Nun iſt

$$AF^2 = AB^2 + BF^2 = 2AB^2$$

zieht man ferner vom Mittelpunkte E der Linie AB den Kreis AGBCA; ſo verhält ſich der Kreis

$$AGBCA : AHBFA = AB^2 : AF^2$$

(Euclid. Elem. L. XII. Prop. 2.), und folglich iſt der Kreis AHBFA das Doppelte des Kreiſes AGBCA; ſonach der Halbkreis AHBFCA = 2AGBEA. Durch CB iſt aber der Halbkreis AHBFCA in 2 gleiche Theile getheilt; folglich iſt der Quadrant AHBCA = dem Halbkreiſe AGBEA. Zieht man auf beiden Seiten das Stück AHBEA ab; ſo ergibt ſich die Gleichheit der Lunula (μηνίσκος) AGBHA und des Dreieckes ABC. Der Flächeninhalt des △ABC =

Digitized by Google

$AB \times \frac{1}{2}EC = 2AE \times \frac{1}{2}AE = AE^2$. Folglich iſt auch jene Lunula genau gleich dem Quadrate des Halbmeſſers deſſelben Kreiſes. — Hippokrates hat ſonach blos eine partielle Quadratur des Kreiſes geliefert, indem er den Flächeninhalt des Segments AHBEA nicht fand, ſondern ſich hier durch Trugſchlüſſe half. (Vergl. Archim. op. ed. Rivalt Paris. 1615. p. 124 u. 125. — Schöns Geometrie S. 150 — 151. — Ios. Scaliger. Prolegomena in Cyclometrica elem. p. 8—9. und in den Cyclom. elem. ſelbſt p. 103. — Sturms Ueberſetzung des Archimedes S. 183 — 184.)

Noch weit hinter der Arbeit des Hippokrates ſteht die des Antiphon (S. Eutok. Anmerk. 4.), der nur ein ſolches reguläres Vieleck in einen Kreis verzeichnete, deſſen Seiten mit der Peripherie des Kreiſes zuſammenzufallen ſchienen, und dann daraus auf die Gleichheit beider ſchloß. Rivalt ſagt daher (l. c. p. 126.) von dieſer Quadratur: „principia artis in eo laesa videntur, quod primum sensu Geometriam aestimaverit: tum quod putarit posse devenire ad ultimam alicujus quantitatis divisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex aequo congruere aestimaverit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos aequales angulis contingentiae, quos Geometria nunquam agnovit.“ (conf. Ios. Scaliger. Proleg. in cyclometrica element.

p. 7. — 8. — Sturms Ueberſetzung des Archimedes S. 180 — 181.)

Die Kreis-Meſſung des Archimedes fand manche Tadler in den ältern und neuern Zeiten. Skaliger ging hierin ſo weit, daß er in der Zueignungsſchrift zu ſeinen Cyclomet. elem. ſagt: Archimedes ex demonstrationibus suis nihil aliud consequitur, quam ut demonstrative errare voluisse videatur. Die Vorwürfe, die man dem erſten Lehrſatze machte, ſind: 1) Der Beweis ad obsurdum, den wir übrigens ſehr häufig bei Archimed, Euklid und andern ältern Mathematikern finden; 2) der Umſtand, daß Arch. ſagt: „Die eine Seite des Dreieckes ſoll gleich „ſein der Peripherie des Kreiſes", und dieſes habe er doch noch nicht bewieſen. Dieſem Vorwurfe entgegnete ſchon Eutokius in ſeinen Erklärungen zu dieſem Lehrſatze. (Vergl. Rivalt a. a. O. S. 129 — 132. Sturm a. a. O. S. 164. — 165.) In dem zweiten Lehrſatze tadelte man 1) das ὕστερον πρότερον in den Beweiſen; denn in dem Beweiſe zu dieſem Lehrſatze ſage Arch.: „Die Peripherie des Kreiſes ſei gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers und „beinahe dem ſiebenten Theile desſelben", welche Behauptung doch erſt in dem dritten Lehrſatze bewieſen würde. 2) Fanden die Zahlen Anſtoß, deren man ſich bei geometriſchen Beweiſen nicht bedienen dürfe, cum (numeri) irrationales et incommensurabiles quantitates non explicant, wie Rivalt S.

133 ſagt, welcher dieſen Einwurf a. a. O. widerlegt. (Ueber den 3ten Lehrſatz vergl. Jos. Scal. Cyclomet. elem. p. 37. u. 39.)

Skaligers Vorwürfe, die ſich in deſſen Cyclometri. elem. II. Lugd. Bat. 1594 fol. befinden, widerlegte Adrianus Romanus in einem eigenen Werke Apolog. pro Arch. et exercitat. cyclic. contra Scaligerum, Orontium Finaeum et Raymarum Ursinum in decem dialogos distrib. Wurceburgi 1597. fol. — Cf. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 546. Käſtner, in der Geſchichte der Mathem. 1. B. S. 504 — 511, giebt den Inhalt dieſes Werkes an. —

In der gewöhnlichen Ordnung der drei Lehrſätze der Kreis-Meſſung hat Sturm in ſeiner Ueberſetzung der Kunſtbücher des unvergleichlichen Archimedes. Nürnb. 1760, (die mehr den Sinn als die Worte des Arch. wiedergiebt), eine Abänderung getroffen. Er ſetzt nehmlich den dritten Lehrſatz an die Stelle des zweiten, und dieſen an die Stelle des dritten, und giebt als Grund dieſer Verſetzung S. 172. an: daß der zweite Lehrſatz (nach unſerer Ordnung) ſammt ſeinem Beweiſe ganz auf dem dritten beruhe, ferner glaube er, daß durch die Unachtſamkeit eines Abſchreibers in den alten Exemplaren ein Irrthum vorgegangen ſei. In dieſer Meinung wurde er dadurch beſtärkt, daß man den zweiten Theil des dritten Lehrſatzes zu einem vierten Lehrſatze machte,

Digitized by Google

welches ein offenbarer Irrthum iſt. (S. Wallis Anmerk. g. zu dieſer Stelle, und bei Eutokius Anmerk. y.) Allein, abgeſehen davon, daß, wie Sturm ſelbſt ſagt, ſeine Verſetzung nicht nur den gedruckten ſondern auch den geſchriebenen griechiſchen Exemplaren widerſtreitet, ergiebt ſich die Irrigkeit dieſer Anſicht daraus, daß Archimed in dem zweiten Lehrſatze ausdrücklich ſagt: ἡ δὲ βάσις (scil. ἴση ἐστὶ) τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τοῦ ζ′ ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται; und der Beweis hierüber wird auch wirklich in dem dritten Lehrſatze geliefert.

Dieß die wiſſenswürdigſten Punkte in Bezug auf Archimedes und deſſen Kreis-Meſſung; nun noch Einiges von Eutokius, dem Verfaſſer des beigefügten Kommentars über die Kreis-Meſſung, und dann zu der Zahlenbezeichnungsart und dem Zahlenſyſteme der Griechen.

Eutokius von Aſkalon aus Paläſtina, Schüler des Mechanikers Iſidor von Milet, (wie ſich aus dem Schluſſe des Kommentars über die Kreis-Meſſung ſehen läßt,) lebte unter Juſtinian I., alſo in der erſten Hälfte des 6ten Jahrhunderts n. Ch. Dieß zeigt (nach Käſtners Geſchichte der Mathematik 1 Thl. S. 10. §. 11.) Halley am Ende ſeiner Vorrede zu des Apollonii Pergaei Conic. L. III. Oxon. 1710. daraus, weil Eutokius ſeine Erläuterungen über den Apollonius dem Anthemius Trallianus und die über den Archimedes ſeinem Lehrer Iſidorus zugeeignet

hat, welche, nach des Prokopius Berichte, berühmte Baumeiſter waren, und auf Juſtinians Verordnung den Tempel der H. Sophia ſeit 530 aufführten. „Von dieſem Eutokius“, ſagt Käſtner a. a. O. S. 11., „hat Voſſius einen ſonderbaren Ausdruck: de „sc. Math. cap. 54. §. 20. 331. S. der Ausg. „Amſt. 1650. Theone et Pappo esse recentiorem „inde cognoscimus, quod ab utroque celebre„tur. Sinn ließe ſich in dieſe Stelle bringen, wenn „man non zwiſchen Pappo und esse ſetzte, aber, „dieſer Sinn wäre Unwahrheit. Theon und Pappus „haben den Eutokius nicht erwähnt, ſondern er führt „ſie an, beide zuſammen, über den dritten Lehrſatz „von Archimedes Kreisrechnung. Er nennt ſie un„ter mehreren, welche gelehrt haben, eine Quadrat„Wurzel beinahe anzugeben, und dadurch ihm die „Mühe erſpart, ſolches da vorzutragen.“

Die Werke des Eutokius, welche in Kommentaren über Achimed und Apollonius Pergäus beſtehen, ſind folgende: 1) ein Kommentar über die beiden Bücher Archimeds περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, welcher einem gewiſſen Ammonius, den Eutokius κράτιστον φιλοσόφων nennt, zugeeignet iſt; 2) über die κύκλου μέτρησις des Archimed; 3) über die beiden archimediſchen Bücher ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν mit einer Zueignungsſchrift an einen gewiſſen Peter; 4) über die vier erſten Bücher von den Kegelſchnitten des Apollonius von Pergä, welchen er dem Mecha-

niker Anthemius Trallianus widmete. Ob Eutokius auch die letzten 4 Bücher des Apollonius, ſeinem Verſprechen in der Vorrede zu den 4 erſten Büchern gemäß, kommentirt habe, iſt ungewiß. *) (Cf. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 562.)

Der Kommentar des Eutokius über die Kreis-Meſſung, der hier beigefügt iſt, hat deßwegen großes Intereſſe, weil er uns mit dem mühſamen Rechnungsverfahren der Griechen wenigſtens zum Theile bekannt macht, und aus dieſem Grunde hat auch Wallis die Herausgabe deſſelben übernommen, wie wir deutlich aus ſeinen Worten im Anfange zu den Anmerk. des Eutok. p. 560. ſuchen, wo es alſo heißt: *Eutocii Ascalonitae* Commentarium, in *Archimedis* tractatum *De Dimensione Circuli*, subjicere visum est, ob causas supra traditas ad calcem Notarum in Archimedis *Arenarium*. Ideo potissimum, ut specimen exhiberem Operationum Arithmeticarum prout ante receptas

*) Fuhrmann in der Anleitung zur Geſchichte der klaſſ. Litt. der Griechen ſagt S. 970: „Eutokius kommentirte über die beiden Bücher des Archimedes ψαμμίτης u. κύκλου μέτρησις u. ſ. w.", welches offenbar unrichtig iſt. Denn einen Kommentar über des Arch. ψαμμίτης beſitzen wir nicht, und dann hat Eutok. auch noch über zwei andere Werke des Arch. Kommentare geſchrieben, die Fuhrmann nicht angeführt hat.

Digitized by Google

Ciphras Indicas a Graecis exercebantur. Quas enim Archimedes, pro more suo, strictim insinuaverit operationes Arithmeticas, eas hic Eutocius ad calculum reductas nobis exhibet. Verum quidem est, semel atque iterum in calculo nonnihil erratum esse; quod tamen non tam ipsi Eutocio, quam Librariis imputandum judico: qui rem non satis intellectam, ordine turbato confusam non semel reddiderunt; numerumque pro numero substituerunt, aut etiam omisserunt; credo enim, mendum aliquando vel deprehensum, vel falso creditum, dum tollere sategerunt, induxerunt potius.

Hier eine Unterſuchung über das Rechnungs-Verfahren der Griechen anzuknüpfen, wäre allerdings der paſſendſte Platz; allein da die Darſtellung dieſes Gegenſtandes zu weit führen würde; ſo verſchiebe ich dieſe auf eine andere ſchickliche Gelegenheit, und beſchränke mich blos auf die Angabe der bei den Griechen gebräuchlichen Bezeichnungsarten der Zahlen, ſo wie des Zahlenſyſtems, und dieß um ſo mehr, da ſich eine Darſtellung des Rechnungs-Verfahrens blos auf eine Unterſuchung über die eben genannten Gegenſtände gründen kann. Zudem wurde bisher die Bezeichnungsart der Zahlen zu wenig beachtet, oder zu gering geſchätzt; daher auch die Irrthümer, die ſich von den ältern Grammatikern und Lexikographen bis auf die neueſten fortgeerbt haben,

Digitized by Google

und als wahre Behauptungen durchgängig angenommen werden.

Die Griechen bedienten ſich wie die Phönizier, von welchen ſie die Schrift erlernten, *) und wie mehrere andere Völker des Alterthums der Buchſtaben ihres Alphabets als Zahlzeichen, und zwar in der Art, daß die Buchſtaben in ihrer gewöhnlichen Ordnung von α bis ϑ die Einheiten, von ι bis π die Zehner, und von ρ bis ω die Hunderter bedeuteten. Da nun hiezu 27 Buchſtaben erfordert werden, in den griechiſchen Alphabeten aber, wie wir ſelbe heut zu Tage in den Grammatiken finden, nur 24 vorkommen; ſo iſt leicht erſichtlich, daß das griechiſche Alphabet urſprünglich 3 Zeichen mehr haben mußte, als es wirklich hat. Dieſe folgerechte Vermuthung findet Beſtättigung durch Montfaucon und andere Gelehrte, welche Unterſuchungen über dieſen Gegenſtand angeſtellt haben. Die Griechen hatten nehmlich noch drei beſondere Zeichen (ἐπίσημα), welche aber nicht als Buchſtaben (στοιχεῖα, γράμματα), ſondern blos als Zahlzeichen gebraucht wurden, wie Skaliger bemerkt. **)

Dieſe Zeichen ſind: 1) Ἐπίσημον βαῦ, wel-

---

*) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 115 seq. — Thierſch griech. Gramm. §. 12.

**) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 3. p. 128.

Digitized by Google

ches nach Montfaucon *) in verſchiedenen Zeiten folgende Geſtalten hatte: ϛ, F, C, S, in den alten Alphabeten zwiſchen ε und ζ ſtand, folglich 6 bedeutete, und gewöhnlich mit dem ϛ i. e. στ (στίγμα), von dem es ganz verſchieden iſt, gleiche Form hat. Ἐπίσημον βαῦ, heißt es in der Paläographie S. 128, — — — nomen literae (scil. Phoeniciae) Vau, exqua duxit originem, hactenus servavit. — — — ϛ, quod sextum numerum indicat, in serie literarum Graecarum post ε antiquitus ponebatur, ut notat Ephiphanius contra Marcosios: imo diu post Ephiphanium usus quibusdam in locis observatur, ut in Codice Murbacensi septimi vel octavi saeculi, ubi alphabetum habetur cum Episemo ϛ post ε: et in Codice olim Sandionysiano XI saeculi, — — — imo post XI. saec. adhuc in alphabeto Graeco sextum locum occupabat, (cf. L. III. c. 4. p. 222 et 223) — — — ϛ nonnunquam in inscriptionibus per C effingitur, κc videlicet pro κϛ, id est viginti sex. In quodam Gallieni nummo Graeco per S exprimitur, et in altero Claudii Gotthici similiter. — — — Ad formam, F, quod est digamma Aeolicum, duo praesertim sunt an-

*) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 122 und L. IV. c. 10. p. 336.

notanda, primo eam literam apud Latinos non modo eodem ordine in alphabeto locari atque ו Vau apud Phoenicas; verum etiam eundem pene sonum exprimere, quando consonantis vice fungitur. Secundo, apud Aeolas digamma *F*, pro spiritu tam aspero, quam leni, usurpatum fuisse, quod jam plerique observarunt.

2.) Ἐπίσημον Κοφῆ oder Κόππα, für welches in der Paläographie folgende Formen angeführt werden: ϙ, ϙ, ϙ, Ϟ, wofür nun aber gewöhnlich ϟ oder ϟ ſtehen. Dieſes Koph bedeutet 90, und heißt auch ἀντιῤῥῶ, weil es ein umgekehrtes *P* und gleichſam das *q* der Lateiner iſt; unde Marius Victorinus: heißt es in der Paläographie S. 132. *F vero G et q in Graecis etiam literis fuisse, et nunc esse: sed q numero servire, atque nonaginta significare.* . . . q vero idipsum est, quoad formam, quod Koph Phoenicium, - - - sicque Graeci hic et nomen et figuram penitus servarunt.

3.) Ἐπίσημον Σὰν πῖ oder ἀντίσιγμα πῖ. Die Schriftzeichen hiefür waren: Э, Ϡ, ϡ, in den jetzigen Druckereien iſt gebräuchlich ϡ, in der Baſler Ausgabe des Archimedes und Eutokius ſteht zuweilen auch ϡ. Montfaucon a. a. O. ſagt: Ἐπίσημον Σάν πῖ - - - literae Tsade respondet, - - et in serie Phoeniciarum literarum post *Π* locum habebat: non quod literae munere fun-

gatur; sed pro numero *ἐννεακόσια*, id est nongenta adhibetur. Verum prisci, ut observat Ios. Scaliger, commutarunt hujus locum cum sequente *) quod vocatur Kophe, vel *κόππα*, significatque *ἐνενήκοντα*, nonaginta.

Mit Hilfe dieſer 27 Zeichen geſtaltet ſich die Zahlenbezeichnung der Griechen auf folgende Weiſe:

Einheiten: (*μονάδες*)	Zehner: (*δεκάδες*)	Hunderter: (*ἑκοντάδες*)
α = 1	ι = 10	ρ = 100
β = 2	κ = 20	σ = 200
γ = 3	λ = 30	τ = 300
δ = 4	μ = 40	υ = 400
ε = 5	ν = 50	φ = 500
ς = 6	ξ = 60	χ = 600
ζ = 7	ο = 70	ψ = 700
η = 8	π = 80	ω = 800
ϑ = 9	ϟ = 90	ϡ = 900

*) Die Ordnung in der bei Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 122. und L. IV. c. 10. p. 126 die Schriftzeichen aufeinander folgen, iſt dieſe: π, ϡ, ϟ, ρ u. ſ. w. Allein da q in dem Alphabete der Lateiner gleich nach p ſteht; ſo möchte ich auch lieber ϟ = 90 gleich nach π = 80 ſetzen, und ϡ = 900 nach ω = 800, und letzteres um ſo mehr, da Adelung in den Anmerkungen zu dem 2ten Theile des neuen Lehrgebäudes der Diplomatik, aus dem Franz.

Digitized by Google

und es laſſen ſich hiedurch alle Zahlen bis 999 = ϡ Ϟ ϑ ganz bequem ausdrücken, indem ſich die Einheiten bei den Zehnern, und beide wieder bei den Hunderten wiederhohlen, wie hinlänglich bekannt iſt. Bei der Aneinanderreihung der Zahlen gilt das Geſetz: die größere Zahl kommt zur Linken, die kleinere zur Rechten.

Als Unterſcheidungszeichen der Zahlen von den Buchſtaben findet man bei allen Grammatikern und Lexikographen auf jenen einen Strich in Geſtalt eines Akutus z. B. $\pi' = 80$. Allein dieſe Bezeichnungsart iſt ganz unrichtig, wie ſich aus alten Denkmälern erweiſen läßt. In den älteſten Zeiten ſcheinen die Griechen gar keine Unterſcheidungszeichen für ihre Zahlen (wie ſie auch keine Akzente hatten,) gehabt zu haben, und erſt ſpäter bezeichnete man die Zahlen durch einen Querſtrich; z. B. $\bar{\pi} = 80$; ja wir finden ſogar nicht ſelten in einem und demſelben Dokumente Zahlen theils mit theils ohne einen Querſtrich. Zur Beſtättigung des Geſagten einige Beiſpiele aus Montfaucons Paläographie.

L. II. c. 7. p. 170 findet ſich ein Fakſimile einer zu Rom aufgefundenen und in die erſten Jahr-

u. ſ. w. Erfurt 1761. S. 137. D. ſagt: daß die Griechen in ſpäteren Zeiten das Epiſemon ϡ dem ω nachgeſetzt hätten, und dieſe Stelle iſt auch die paſſendſte.

hunderte der Kaiſer fallenden Inſchrift, in welcher es unter andern alſo heißt: *ΟϹ. ΕΖΗϹΕΝΕΤΗ. ΙΗ* κ. τ. λ. i. e. ὅς ἔζησεν ἔτη ιη; ſonach die Zahl ohne ein eigenes Zeichen. Eben ſo L. II. c. 6. p. 158. Inscript. VII. *ΦΥΛΗΣΙΑ* und *ΦΥΛΗΙΑ* i. e. φυλῆς ια und φυλὴ ια. Vrglch. Museum Veronense. Veronae 1749. p. LX. Inscript. 3, 4, 5, 6, 7, 8, p. LXI. Inscript. 2, 3 et caet. In einer und derſelben Inſchrift finden wir Zahlen mit und ohne Bezeichnung z. B. Montf. Pal. gr. L. II. c. 7. p. 170. *ΚΟϹΜΙΑΖΗϹΑϹΗΕΤΗϚ ΗΜΕΡΑϹ ΙΘ ΩΡΑϹΒ̄* κ. τ. λ. i. e. Κοσμία ζησάση ἔτη ϛ, ἡμέρας ιϑ, ὥρας β̄. Ferner L. II. c. 6. p. 158. Inscript. I. *ΛΕΓΙΩΝΟΣΔ* i. e. λεγίωνος δ, und *ΛΕΓΙΩΝΟϹ Λ̄* i. e. λεγίωνος λ̄. cf. ibid. Inscipt IV. Vergl. Museum Veronense p. XLIV. et caet. wo Inſchriften angeführt ſind, in denen durchaus die Zahlen mit einem Querſtriche bezeichnet werden. Aus dieſen Beiſpielen ergiebt ſich alſo die Behauptung: „Bei den Griechen geſchah die Bezeichnung der ganzen Zahlen, (wenn ſie dieſelben bezeichnen wollten,) gleich viel, ob es Grund= oder Ordnungszahlen waren, durch einen darüber geſetzten Querſtrich.“ Dieſer Behauptung ſcheint Wallis zu widerſprechen, der in ſeinen Anmerkungen zu des Archimed. Arenar. p. 529 — 530. Opp. Math. T. III. ſagt: Verum hic notandum venit, quod literae Grae-

Digitized by Google

cae, quoties vel ad similes in schemate respiciunt, aut etiam numeros Cardinales denotant, soleant in libris MSS. parallela linea superne notari; (sed accentu acuto, quoties numeros Ordinales denotant.) und eben dieſe Anſicht in den Anmerkungen zu Aristarch. Sam. de magnit. et distant. sol. et lunae ibid. p. 571. not. e.) wiederholt. Allein 1) beweiſen die MSS. bei weitem nicht ſo viel, als die älteren angeführten Inſchriften; 2) finden wir in den Handſchriften auch nicht durchgängig die von Wallis angegebene Bezeichnungsart beibehalten, wie ſich leicht aus den von Montfaucon in der Paläographie angeführten: notae et nomina Calligraphorum a tertio saeculo ad decimum sextum p. 59 — 93. beweiſen läßt, ja es findet ſich ſogar in den meiſten dort angeführten Zahlen die ausgeſprochene Behauptung beſtättigt; 3) ſind in der Baſler Ausgabe, welcher Wallis ſelbſt Genauigkeit im Abdrucke von den MSS beilegt, die Zahlen zur Bezeichnung der Sätze, welche bloß Ordnungszahlen ſind, durch einen Querſtrich, und nicht wie bei Wallis durch einen Akut, bezeichnet, ſo wie im Kontexte faſt durchaus; und dieß findet Beſtättigung in den oben angeführten Inſchriften; und endlich 4) widerſpricht ſich Wallis ſelbſt, indem er die Grund- wie die Ordnungszahlen im Kontexte meiſtens durch einen Querſtrich bezeichnet. — Unnöthig ſcheint jedoch die-

Digitized by Google

ſer Querſtrich bei den eigentlichen Zahlzeichen ϛ, ϟ und ϡ, wenn ſie allein ſtehen.

Zur Bezeichnung der Tauſender u. ſ. w. bedient man ſich wieder, wie vorher, der Buchſtaben des Alphabets mit den drei eingeſchalteten Zeichen, nur mit dem einzigen Unterſchiede, daß ſie unterhalb mit einem Striche bezeichnet werden. Dieß iſt die gewöhnliche Anſicht der Grammatiker und Lexikographen, ſo daß alſo die Zahlenbezeichnung auf folgende Weiſe weiter dargeſtellt werden könnte:

Tauſender: (χιλιάδες)	Zehntauſender: (μυριάδες)	Hunderttauſender: (δέκα μυριάδες)
,α=1,000.	,ι=10,000.	,ρ=100,000.
,β=2,000.	,κ=20,000.	,σ=200,000. *)
,γ=3,000.	,λ=30,000.	,τ=300,000. *)
,δ=4,000.	,μ=40,000.	,υ=400,000.
,ε=5,000.	,ν=50,000.	,φ=500,000.
,ϛ=6,000.	,ξ=60,000.	,χ=600,000.
,ζ=7,000.	,ο=70,000.	,ψ=700,000.
,η=8,000.	,π=80,000.	,ω=800,000. *)
,θ=9,000.	,ϟ=90,000.	,ϡ=900,000.

Daß die Griechen die Tauſender wirklich durch einen darunter geſetzten Strich bezeichnet haben, un-

*) Unerklärlich iſt mir folgende Bezeichnungsart: ,σ = 10,000, ,τ = 20,000, ,ωλ = 100,000 S. Thierſch gr. Gr. Leipz. 1818. S. 90. — Eiſenſchmids griech. Gr. Paßau 1824. S. 42.

Digitized by Google

terliegt wohl keinem Zweifel, beſonders da ſich die Richtigkeit dieſer Anſicht auf alten Monumenten nachweiſen läßt. In einer von Montfaucon Palaeog. gr. p. 158. V. angeführten Grabſchrift heißt es unter andern: *ΟΣΑΝΔΕΣΚΥΛΗΤΟΜΝΗΜΑ ΔΩΣΕΙ ΕΙΣΤΟΝΦΙΣΚΟΝ* ✱,*ΒΦ* i. e. *ὅς ἂν δὲ σκύλῃ τὸ μνῆμα, δώσει εἰς τὸν φίσκον* ✱ , *βφ*. Qui expilaverit sepulcrum dabet ad fiscum denaria bis mille quingenta. Weit ſchwieriger iſt aber die Beantwortung der Frage: Haben denn auch wirklich die Griechen die Zehntauſender und Hunderttauſender auf die oben angegebene Weiſe bezeichnet? Die Grammatiker ſprechen, ohne ſich in eine Unterſuchung einzulaſſen, für die Bejahung; allein einige Umſtände, die nun auseinandergeſetzt werden ſollen, widerſtreiten dieſer Meinung.

1) In den Ausgaben des Ariſtarchos von Samos, Archimedes, Porphyrius, Pappus von Alexandrien, Eutokius, u. a. finden wir von der angeführten Bezeichnungsart durchaus keine Spuren, ſondern ſie ſetzen von 10,000 angefangen, entweder die Namen der Zahlen, oder ſie bedienen ſich des erſten oder der zwei erſten Anfangsbuchſtaben von *Μυριάς* (10,000), und ſchreiben darüber, oder vorne, oder hintenan einen Buchſtaben, in der Art, daß *M* oder *Mυ*. mit einer beigefügten Zahl, welche Einheiten bedeutet, für die Zehntauſender, *M* mit einem Zehner die Hun-

derttauſender, *M* mit einem Hunderter die Millionen, und *M* mit einem Tauſender die Zehn=Millionen bezeichnet. Oder *M* mit einer angehängten Zahl iſt ſo viel als 10,000 multiplizirt mit der angehängten Zahl. Noch iſt zu bemerken, daß, wenn eine Zahl dem *M* angehängt wird, immer am Ende dieſer ein Punkt (.) geſetzt wird. Zur deutlichern Einſicht folgendes Schema:

Zehntauſender: (μυριάδες)	Hunderttauſender: (δέκα μυριάδες)
$\overset{\alpha}{M}$=10,000.	$\overset{\iota}{M}$=100,000.
$\overset{\beta}{M}$=20,000.	$\overset{\kappa}{M}$=200,000.
$\overset{\gamma}{M}$=30,000.	$\overset{\lambda}{M}$=300,000.
$\overset{\delta}{M}$=40,000.	$\overset{\mu}{M}$=400,000.
$\overset{\varepsilon}{M}$=50,000.	$\overset{\nu}{M}$=500,000.
$\overset{ϛ}{M}$=60,000.	$\overset{\xi}{M}$=600,000.
$\overset{\zeta}{M}$=70,000.	$\overset{o}{M}$=700,000.
$\overset{\eta}{M}$=80,000.	$\overset{\pi}{M}$=800,000.
$\overset{\vartheta}{M}$=90,000.	$\overset{\vartheta}{M}$=900,000.

Digitized by Google

Millionen: ($\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\grave{o}\nu\ \mu\upsilon\rho\iota\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$)	Zehnmillionen: ($\chi\acute{\iota}\lambda\iota\alpha\iota\ \mu\upsilon\rho\iota\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$)
$\overset{\rho}{M}=1,000,000.$	$\overset{,\alpha}{M}=10,000,000.$
$\overset{\sigma}{M}=2,000,000.$	$\overset{,\beta}{M}=20,000,000.$
$\overset{\tau}{M}=3,000,000.$	$\overset{,\gamma}{M}=30,000,000.$
$\overset{\upsilon}{M}=4,000,000.$	$\overset{,\delta}{M}=40,000,000.$
$\overset{\varphi}{M}=5,000,000.$	$\overset{,\epsilon}{M}=50,000,000.$
$\overset{\chi}{M}=6,000,000.$	$\overset{,\varsigma}{M}=60,000,000.$
$\overset{\psi}{M}=7,000,000.$	$\overset{,\zeta}{M}=70,000,000.$
$\overset{\omega}{M}=8,000,000.$	$\overset{,\eta}{M}=80,000,000.$
$\overset{ϡ}{M}=9,000,000.$	$\overset{,\vartheta}{M}=90,000,000.$

Bei Zuſammenſetzungen von Zahlen dieſer 4 Ordnungen werden mehrere Buchſtaben zuſammen über ein M geſchrieben, oder man ſetzt mehrere M jedes mit einem darüber geſchriebenen Buchſtaben nebeneinander. z. B. $97,643,528=\overset{,\vartheta\psi\xi\delta}{M}\ ,\gamma\kappa\eta$ oder $\overset{,\vartheta}{M}\overset{\psi}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\delta}{M}\ ,\gamma\kappa\eta$. Dieſe Schreibart finden wir bei Archimedes und Eutokius; und nun ſtatt aller Erklärungen noch einige Beiſpiele über die andere gleichfalls gebräuchliche Schreibart, dem M Buchſtaben vor und nachzuſetzen. Pappus Alexandr. mathem. collect. L. II.

propos. 22. ρμδ Μυ. = 1,440,000 und prop. 24. Μυ. ρμδ. — Propos. 23. Μυ. α, Μο. ,η i. e. Μυριὰς α, Μονάδες ,η = 18,000 u. ſ. w. — Aristarch. Sam. de magnit. et distant. sol. et lunae propos. 18. Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστί, ἢ ὃν ἔχουσι μυριάδες ρκε καὶ ,θψιβ πρὸς Μζ., ,θφζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν Μκα. ,ς πρὸς ,ςωνθ. Die Erde ſteht zum Monde in einem größern Verhältniſſe als 1,259,712 zu 79,507; aber in einem kleineren als 216,000 zu 6,859. — Porphyr. Comment. in Ptolem. Harmon. L. I. c. 15. Μιδ. ,αχπ = 141,680, Μιγ. ,εσμ = 135,240 et caet.

2) Beſondere Berückſichtigung verdient noch der Umſtand, daß die Griechen nicht, wie wir, von 3 zu 3 Zahlzeichen, oder von Hunderten zu Hunderten aufſtiegen, ſondern von 4 zu 4 *), wie in der Folge gezeigt werden ſoll. Archimed in der Sandrechnung giebt im Vorbeigehen Aufſchluß über dieſe Methode, weil man ohne Kenntniß derſelben ſeine folgende Darſtellung nicht leicht verſtehen könnte. **)

*) Die bisherige Darſtellung des Zahlenſyſtems der Griechen, im Vergleiche mit dem unſerigen, die vielleicht aus eben dieſem Grunde ſo manchen Tadler finden könnte, mag darin Entſchuldigung finden, daß ſie blos deßwegen gewählt wurde, um eine deutlichere Einſicht zu gewähren.

**) Ausführlicher, als es hier geſchieht, hatte ſich Ar-

Dieſe beiden angegebenen Gründe, denen man noch ſo manchen andern beifügen könnte, berechtigen uns daher zu dem Schluſſe: daß die bisher von den Grammatikern angegebene Bezeichnungsart der Zehn- und Hunderttauſender bei den Griechen nicht gebräuchlich war, wenn man nicht annehmen wollte, daß erſt mit Archimed die von uns angegebene Bezeichnungsart eingeführt worden ſei, weil er unter andern im *Ψαμμίτης* p. 520 lin. 329—332. ed. Wallis ſagt: *Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα· καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας.* Doch Archimed ſpricht hier nur von **Zahlenbenennung**.

Das **Zahlenſyſtem**, wie es Archimed in ſeiner Sandrechnung p. 520—521. lin. 333—368. ed. Wallis aufſtellt, iſt etwa folgendes:

Die Zahlen werden in Ordnungen eingetheilt,

---

chimed in einem dem Zeuxippus dedizirten nun aber verlornen Werke darüber ausgeſprochen, wie wir aus deſſen *Ψαμμίτης* ſehen. *Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν. ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιζητεύοντες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον.* Arch. Aren. ed. Wallis Tom. III. opp. math. p. 520. l. 324—328.

von denen jede nach unſerer Art zu reden, 8 Stellen einnimmt; weßwegen auch eine ſolche Ordnung ὀκτάς (Oktade) genannt wird. Jede Ordnung theilt ſich wieder in zwei Klaſſen, die zur Rechten enthält die Einheiten dieſer Ordnung, und jene zur Linken die Myriaden oder Zehntauſender. Die Benennungen für die Einheiten ſind: μονάδες einfache Einheiten, δεκάδες zehnfache Einheiten, ἑκατοντάδες hundertfache Einheiten, χιλιάδες tauſendfache Einheiten. (Häufig findet man vor Zahlen, welche zu den 4 erſten Stellen gehören, das Zeichen *M*°, $\overset{o}{M}$, auch *Mo.* i. e. *Μονὰς* oder *Μονάδες*.) Dieſe 4 Stellen wiederholen ſich in der zweiten Klaſſe, ſo daß die erſte Stelle zur Rechten in dieſer Klaſſe μυριάδες einfache Myriaden, die zweite δέκα μυριάδες zehnfache Myriaden, die dritte ἑκατὸν μυριάδες hundertfache Myriaden und die vierte χίλιαι μυριάδες tauſendfache Myriaden heißt. Hier ſchießt ſich die erſte Ordnung πρῶτοι scil. ἀριθμοὶ genannt, welche von 1 bis 100,000,000 nach griech. Art: 1|0000,0000 exculs. geht. Sonach würde die Zahl der erſten Ordnung

Digitized by Google

1 1 1 3, 5 9 8 4 = 1113,5984

ausgeſprochen, χίλιαι μυριάδες ἑκατὸν μυριάδες δέκα μυριάδες τρεῖς μυριάδες πέντε χιλιάδες ἐννέα ἑκατοντάδες ὀκτὼ δεκάδες τέσσαρες μονάδες τῶν πρώτων ἀριθμῶν oder τῆς πρωτῆς ὀκτάδος,

und auf folgende Weiſe bezeichnet werden müſſen $\overline{,\alpha\rho\iota\gamma}$ Μυ. ε ϡ $\overline{\pi\delta}$ oder Μ,$\overline{\alpha\rho\iota\gamma}$. ε ϡ $\overline{\pi\delta}$ oder $\overset{,\alpha\rho\iota\gamma}{M}$,ε ϡ $\overline{\pi\delta}$ oder $\overset{,\alpha}{M}$ $\overset{\rho}{M}$ $\overset{\iota}{M}$ $\overset{\gamma}{M}$,ε ϡ $\overline{\pi\delta}$.

Die hier angegebenen Benennungen der erſten Ordnung wiederholen ſich in der zweiten Ordnung, welche δεύτεροι oder δευτέρα ὀκτάς genannt wird, ſo wie in jeder folgenden Ordnung. Multiplicirt man eine Myriade der erſten Ordnung mit einer Myriade dieſer Ordnung (10,000×10,000); ſo erhält man eine Einheit der zweiten Ordnung. Die zweite Ordnung mag folgende Tabelle darſtellen:

Digitized by Google

Δεύτεροι oder δευτέρα ὀκτάς.

Zahl.		Zeichen. *)	Benennung.
1|0000,0000	=	αMM	μύριαι μυριάδες τῶν πρώτων ἀριϑμῶν oder μονάς
10|0000,0000	=	ιMM	δέκα μονάδες oder δεκάς
100|0000,0000	=	ρMM	ἑκατὸν μονάδες oder ἑκατοντάς
1000|0000,0000	=	͵αMM	χίλιαι μονάδες oder χιλίας
1,0000|0000,0000	=	αMMM	μυριάς
10,0000|0000,0000	=	ιMMM	δέκα μυριάδες
100,0000|0000,0000	=	ρMMM	ἑκατόν μυριάδες
1000,0000|0000,0000	=	͵αMMM	χίλιαι μυριάδες

τῶν δευτέρων ἀριϑμῶν.

*) Dieſe Zeichen ſinden wir in der Ausgabe des Pappus beſtättigt.

Gleiches Verhältniß tritt ein bei Bildnng der dritten (τρίτοι ἀριθμοὶ), der vierten (τέταρτοι), der fünften (πέμπτοι) uud der folgenden Ordnungen bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000ſten Ordnung, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας τῶν μυριακιςμυριοστῶν ἀριθμῶν, wie Archimedes ſagt, der dieſe Zahl für ausreichend hält, dennoch aber zeigt, wie man dieſes Syſtem noch weiter fortführen könne.

Archimedes nennt nehmlich alle bis jetzt angegebenen Zahlen, Zahlen der erſten Periode (Ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου) und belegt wie bei Feſtſtellung der einzelnen Ordnungen die letzte Zahl der erſten Periode mit dem Namen einer Einheit der erſten Ordnung in der zweiten Periode (μονὰς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν). Die Ordnungen der zweiten Periode werden nun auf dieſelbe Weiſe durchgeführt wie die der erſten Periode. Denn 10,000 Myriaden der erſten Ordnung in der zweiten Periode heißen ihm die Einheit der zweiten Ordnung in der zweiten Periode (μονὰς τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν), und die letzte Zahl dieſer zweiten Ordnung oder 10,000 Myriaden der zweiten Ordnung die Einheit der dritten Ordnung in der zweiten Periode (μονὰς δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν). Gleichartig dem Vorigen werden nun die Zahlen der zweiten Periode immerfort benannt bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000ſten Ordnung in der

Digitized by Google

zweiten Periode (ἐς τὰς μυριακιςμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας τᾶς δευτέρας περιόδου). Die letzte Zahl der zweiten Periode iſt nun wieder die Einheit der erſten Ordnung in der dritten Periode (μονὰς τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν) u. ſ. w. bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000ſten Ordnung in der 10,000mal 10,000ſten Periode (ἐς τὰς μυριακιςμυριοστᾶς περιόδου μυριακιςμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας).

Archimedes fährt nun erklärend fort lin. 369—387 ed. Wallis. Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων, εἴκα ἐῶντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς εἴη· οἱ ὀκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν Πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται· οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν Δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τῶν συνονύμων καλουμένων ἐσσοῦνται ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν, ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες. Τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπει δεκαπλα-

Digitized by Google

σίων ἐστὶ τοῦ πρὸ ἀυτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν (Φανηρὸν Wallis) δὲ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται.

Dieſe Erklärung Archimeds läßt ſich durch mathematiſche Zeichen alſo verſinnlichen:

1. Ordnung $10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : 10^5 : 10^6 : 10^7$
2. Ordnung $10^8 : 10^9 : 10^{10} : 10^{11} : 10^{12} : 10^{13} : 10^{14} : 10^{15}$
3. Ordnung $10^{16} : 10^{17} : 10^{18} : 10^{19} : 10^{20} : 10^{21} : 10^{22} : 10^{23}$ ....

Aus dieſer Darſtellung läßt ſich auch leicht das Geſetz abnehmen, wie wir jede Zahl jeder beliebigen Stelle in jeder beliebigen Ordnung auffinden können. Wollen wir z. B. das letzte Glied der letzten Ordnung in der erſten Periode finden; ſo dürfen wir blos 1|0000,0000 mit 8 multipliziren (=8|0000,0000) und von dem Produkte 1 abziehen (=7|9999,9999); ſonach iſt der erhaltene Reſt der Exponent des letzten Gliedes. Da ferner die Exponenten in obiger Progreſſion immer die Anzahl der Nullen ausdrücken, welche dem 1 angehängt werden müſſen, um die Zahl zu erhalten, welche dem 10 mit dem angegebenen Exponenten gleich iſt; ſo beſteht folglich das letzte Glied der 10,000mal 10,000ſten Ordnung aus einem 1 mit 799,999,999 angehängten Nullen, und folglich das erſte Glied der erſten Ordnung in der zweiten Periode

aus einem 1 mit 800,000,000 angehängten Nullen.

Doch nun wieder zurück zur Bezeichnungsart der Zahlen, und einige prüfende Worte über eine Stelle in Montfaucon Palaeog. gr. recens. p. XII. et XIII. *De Notis Myriadum.*

Notae numerales, sive literae numeris disignandis constitutae, a Grammaticis et Lexicariis adferuntur ita ut α', *unum* significet; β', *duo;* γ', *tria* etc., ut vel tirones norunt. Pro denario autem numero, ι', *decem*, ια', *undecim* etc., pro centenario, ρ', *centum*, σ', *ducenti* etc. (Daß dieſe Bezeichnungsart mit einem Akutus irrig iſt, wurde bereits oben gezeigt.) Pro millenario, ,α *mille;* ,β, *bis mille* etc. Cum hac autem numerandi methodo hactenus consentit Codex Regius 2724. qui anno mundi 6191. secundum Graecorum calculum; Christi autem 1183. scriptus est, et quidem a perito Calligrapho, qui Aerarii generalis Constantinopolitani Acta evolvere, ex iisque varia excerpere se profitetur. Is autem myriadas sive dena millia longe alia ratione notat, quam solent Grammatici: illi quippe dena millia sic ,ι, vicena millia ,κ, 30000 ,λ, notant. (Auch dieſe Bezeichnungsart der Zehntauſender wurde für unzuläſſig erklärt.) Hic autem sic, α̈ dena millia, sive myriadem unam, β̈, 20000, sive myriadas duas, γ̈, 30000, sive myriadas tres, ϊ, 100000,

sive decem myriades, ια̈, 110000, sive undecim myriadas, ϊβ, 120000, sive duodecim myriadas, et sic de reliquis; ita ut quando plures numeri simul ponuntur, duo puncta postremae semper literae numerali superscribantur. ρ̈ autem centum myriadas, sive 1000000 significat, ρϊ centum et decem myriadas, ρια̈ centum et undecim myriadas, et sic de reliquis σ̈, ducentas myriadas, τ̈ trecentas etc. Millia autem myriadum sic notantur: ,α̈, mille myriades; ,β̈ bis mille myriades etc. Si autem millenario alii numeri adjungantur, duo puncta postremo numero superscribuntur, verbi gratia ,ϑ ϡ ϙ ϑ̈, novem mille nongentae nonaginta novem myriades: ubi semper intelligas myriadas singulas dena millia significare. Ubi autem ultra postremum hunc numerum, videlicet ad myriadas myriadum, pervenitur, tunc plenis vocibus; non autem notis, numeratur sic, *μύριαι μυριάδες*. Nec ultra numeros persequitur ille, quisquis fuerit, Calligraphus. Ego vero suspicor numeros, qui plerumque apud veteres Scriptores non quadrare videntur, ex hujusmodi notarum ignoratione vitiatos saepe fuisse. Haec porro desumta fuerunt ex opusculo ejusdem Codicis, cui titulus, *περὶ λιτρισμῶν*, id est, *de librarum supputationibus*. Incipitque fol. 21. verso.

Eam quidem numerandi rationem memorat

Joachimus Camerarius, et post eum Georgius Henischius in opusculo de Numeratione multiplici, ubi tamen non omnia explicat ut supra, et in centenariis myriadum peccat semper: nam centum myriadas notat per 100000, id est *centum millia*, ducentas myriadas, *ducenta millia*, et sic de reliquis omnibus centenariis myriadum Sed quoniam ille notis numeralibus, non modo myriadas myriadam, sed etiam longe ulteriores numeros, notis distinguit: quae notae in Codice Regio, de quo supra, non habentur, visum est hic ejus locum totum adferre. Sic autem habet p. 56. *Alii inter quos Camerarius, secundam Nonariam aliter notari tradunt. Ibi enim novum limitem incipiunt, quem quintum et μυριαδικῶν seu μυριονταδικῶν ἁπλῶν vocant, qui complectitur decem mille, centum mille, decies millies millia, hoc modo* α̈, 10000. β̈, 20000. γ̈, 30000. δ̈, 40000. ε̈, 50000. ς̈, 60000. ζ̈, 70000. η̈, 80000. ϑ̈, 90000.

ϊ, 100000. κ̈, 200000. λ̈, 300000. μ̈, 400000. ν̈, 500000. ξ̈, 600000. ö, 700000. π̈, 800000. ϙ̈, 900000.

ρ̈, 100000. (sic male et in sequentibus) σ̈, 200000. τ̈, 300000. ϋ, 400000. φ̈, 500000. χ̈, 600000. ψ̈, 700000. ω̈, 800000. ϡ̈, 900000. (Wahrſcheinlich blos Druckfehler ſtatt 1000000, 2000000, 3000000 u. ſ. w.)

Digitized by Google

,α̈, 10000000. ,β̈, 20000000. ,γ̈, 30000000. ,δ̈, 40000000. ,ε̈, 50000000. ,ϛ̈, 60000000. ,ζ̈, 70000000. ,η̈, 80000000. ,ϑ̈, 90000000. *Sextum faciunt iidem μυριονταδικῶν διπλῶν, hoc modo.*

α̈̈, 100000000. β̈̈, 200000000. γ̈̈, 300000000. δ̈̈, 400000000. ε̈̈, 500000000. ϛ̈̈, 600000000. ζ̈̈, 700000000. η̈̈, 800000000, ϑ̈̈, 900000000. et ita deinceps. Hae sunt μύριαι μυριάδες. Sic γ̈̈, τρισμύριαι μυριάδες; vel χιλιοντάκις ἐννεάκις μύριαι μυριάδες. *Sic deinceps incrementa numeri punctis notantur, ut μυριάκις μύριαι μυριάδες α̈̈̈. qui est numerus* μυριονταδικῶν τριπλῶν etc. Hactenus Georgius Henischius post Camerarium et alios. Haec vero numerandi ratio, quam in nullo unquam Codice manuscripto usurpartam vidi, cum ea quae superius ex Codice Regio allata est, in quibusdam convenit, in aliis vero secus, ut quisque videre possit,

Die eben angegebene Bezeichnungsart nach dem oben genannten Codex und nach Heniſchius u. a. hat den Umſtaud für ſich/ daß ſie dem Zahlenſyſteme der Griechen/ welches ſich auf die Eintheilung von 4 zu 4 Stellen gründet/ wie wir oben geſehen haben/ angemeſſen iſt. Dennoch wage ich die Behauptung/ daß die Griechen ſich wirklich dieſer Zeichen bedient hätten/ nicht auszuſprechen, und zwar aus folgenden Gründen:

1) Läßt es Montfaucon ganz dahingeſtellt, aus welchen Quellen Camerarius und Heniſchius die angegebene Bezeichnungsweiſe der Zahlen geſchöpft haben; auch iſt es mir aus Mangel ihrer Werke unmöglich, die Quellen anzugeben, oder nur zu ſagen, ob ſie auch wirklich Zeugniſſen aus dem Alterthume gefolgt ſind.

2) Finde ich ſonſt durchaus keine Stimme, welche für die Aechtheit dieſer Methode, die Zahlen zu bezeichnen ſpräche; und endlich

3) ſagt Montfaucon ausdrücklich, daß er noch in keiner Handſchrift dieſe Zahlenbezeichnungsart gefunden habe.

Eben ſo ferne bin ich aber auch von der gegentheiligen Behauptung, als hätten die Griechen niemals Anwendung hievon gemacht, denn

1) läßt es ſich nicht leicht denken, daß Camerarius, Heniſchius und die übrigen, welche die obige Anſicht aufſtellten, ihre eigene Meinung, ohne ſie durch einen Zeugen unterſtützen zu können, als wahre Grundſätze aufgeſtellt haben.

2) Iſt es ſogar möglich, daß die Griechen in ſpätern Zeiten ſich auch dieſer Art, die Zahlen zu ſchreiben, bedient haben, beſonders deßwegen, weil ſie, wie unten dargethan werden ſoll, in den früheren Zeiten eine Zahlenbezeichnungsart hatten, die von der oben angegebenen und als richtig bewieſenen ganz verſchieden war.

3) Stimmt, wie geſagt, dieſe Zahlenbezeichnungs-

art mit dem Zahlenſyſteme der Griechen überein, und ſchon dieſer einzige Umſtand läßt auf die Wahrſcheinlichkeit der aufgeſtellten Anſicht ſchließen.

Aus Mangel an hinreichenden Zeugniſſen laſſe ich für jetzt die Sache unentſchieden, und wende mich, eingedenk der Horaziſchen Sentenz: Grammatici certant, et adhuc sub judice lis est; zu der bei den Griechen gebräuchlichen Bezeichnungsart der Brüche.

Zur Bezeichnung der Brüche bedienten ſich die Griechen weit häufiger der Worte, als beſtimmter Zeichen, wie ſich aus den noch vorhandenen Werken derſelben ſehen läßt. In dem letzten Falle geſchah die Bezeichnung auf folgende Weiſe:

Alle Brüche, deren Zähler 1 iſt, drückten ſie dadurch aus, daß ſie über die Zahl des Nenners, die nach der oben angegebenen Weiſe bezeichnet wurde, einen Strich in Geſtalt eines Akutus ſetzten. Nur der erſte dieſer Brüche, nämlich $\frac{1}{2}$, macht hievon eine Ausnahme. Für dieſen hatten ſie ein eigenes Zeichen, nämlich L oder K (nicht K.). Der Ausdruck für die folgenden Brüche wäre alſo dieſer: $\frac{1}{3} = \gamma'$, $\frac{1}{4} = \delta'$, $\frac{1}{5} = \varepsilon'$, $\frac{1}{6} = \varsigma'$, $\frac{1}{10} = \iota'$, $\frac{1}{24} = \kappa\delta'$, $\frac{1}{48} = \mu\eta'$ u. ſ. w.

Ueberſteigt aber der Zähler die Einheit; ſo gilt folgendes Geſetz: der Zähler wird als eine ganze Zahl betrachtet, und wie eine ſolche geſchrieben. Ihm zur rechten Seite ſetzt man den Nenner mit einem

Akutus wie bei den vorigen Brüchen, z. B. $\frac{2}{3}$ = $\overline{\beta}\gamma'$ oder $\overline{\beta}^{\gamma'}$, $\frac{3}{4} = \overline{\gamma}\delta'$ oder $\overline{\gamma}^{\delta'}$, $\frac{2}{5} = \overline{\beta}\varepsilon'$ oder $\overline{\beta}^{\varepsilon'}$, $\frac{9}{11} = \overline{\vartheta}\iota\alpha'$ oder $\overline{\delta}^{\iota\alpha'}$, $\frac{4}{13} = \overline{\delta}\iota\gamma'$ oder $\overline{\delta}^{\iota\gamma'}$, $\frac{11}{40} = \overline{\iota\alpha}\ \mu'$ oder $\overline{\iota\alpha}^{\mu'}$, u. ſ. w. Oder man ſchreibt den Nenner mit einem Akut auf den Zähler z. B. $\frac{6}{11} = \stackrel{\iota\alpha'}{\varsigma}$; $\frac{81}{121} = \stackrel{\rho\kappa\alpha'}{\pi\alpha}$; $\frac{37}{121} = \stackrel{\rho\kappa\alpha'}{\lambda\zeta}$ u. ſ. w. In den Ausgaben iſt der Akut häufig weggelaſſen. Zuweilen findet man auch den Zähler mit Worten ausgedrückt, und dem auf die zuerſt angegebene Weiſe geſchriebenen Nenner vorgeſetzt. z. B. $\frac{10}{71}$ = δὲκα οά u. ſ. w. Noch vergleiche man Montfauc. Palaeogr. gr. L. V. c. 4.

Aus dieſer Darſtellung ſieht man nun, wie ſehr bisher die Grammatiker gefehlt haben, wenn ſie die ganzen Zahlen mit einem Akutus bezeichneten, indem die Buchſtaben mit einem darüber geſetzten Akutus nicht ganze Zahlen, ſondern nur Theile dieſer ausdrücken, abgeſehen davon, daß auch in alten Dokumenten die ganzen Zahlen durch einen Querſtrich bezeichnet ſind.

Noch verdienen folgende Zahlzeichen der Griechen, die ſchon in den früheſten Zeiten gebräuchlich waren, und mit denen der Lateiner ſo manche Aehnlichkeit haben, bemerkt zu werden. Herodian in einer Abhandlung über die Zahlzeichen, welche in dem Appendix ad theſaur. ling. gr. p. 205. ſeq. aufgenommen iſt, giebt uns hierüber Aufſchluß. Die Anfangsbuch-

Digitized by Google

ſtaben der Namen folgender Zahlen Ἴα oder Ἴα (die epiſche Form des Foem. von εἷς ſ. Eustath. ad Il. Π. v. 173. Buttm. gr. Gr. §. 64. 1. Thierſch gr. Gr. §. 203.) Πέντε, Δέκα, Ηεκατὸν (nach alter Schreibart für ἑκατὸν) Χίλια und Μύρια wurden nehmlich als Zahlzeichen gebraucht, und durch Zuſammen- und Ineinanderſetzung dieſer jede beliebige Zahl bis 10,000 ausgedrückt. Die 6 Anfangsbuchſtaben der angegebenen Wörter, als Ι = 1, Π = 5, Δ = 10, Η = 100, Χ = 1000 und Μ = 10000 kann man die einfachen Zahlzeichen nennen. Die Buchſtaben Δ, Η, Χ, werden in Π hineingeſetzt, bedeuten dann immer das Fünffache, und können die ineinandergeſetzten Zahlzeichen heißen z. B. 𐅄 = 10×5 = 50, 𐅅 = 100×5 = 500, 𐅆 = 1000×5 = 5000; die Buchſtaben Ι, Δ, Η, Χ, werden bis auf 5 nebeneinandergereiht. Daraus geſtaltet ſich nun folgende Zahlenbezeichnungsart, ſo, daß ſich die neun Einheiten bei den Zehnern, und beide wieder bei den Hunderten u. ſ. w. wiederholen.

Digitized by Google

Einheiten:		Zehner:	
I	= 1.	Δ	= 10.
II	= 2.	ΔΔ	= 20.
III	= 3.	ΔΔΔ	= 30.
IIII	= 4.	ΔΔΔΔ	= 40.
Π	= 5.	𐅄	= 50.
ΠI	= 6.	𐅄Δ	= 60.
ΠII	= 7.	𐅄ΔΔ	= 70.
ΠIII	= 8.	𐅄ΔΔΔ	= 80.
ΠIIII	= 9.	𐅄ΔΔΔΔ	= 90.

Hunderter:		Tauſender:	
H	= 100.	*X*	= 1000.
HH	= 200.	*XX*	= 2000.
HHH	= 300.	*XXX*	= 3000.
HHHH	= 400.	*XXXX*	= 4000.
𐅅	= 500.	𐅆	= 5000.
𐅅*H*	= 600.	𐅆*X*	= 6000.
𐅅*HH*	= 700.	𐅆*XX*	= 7000.
𐅅*HHH*	= 800.	𐅆*XXX*	= 8000.
𐅅*HHHH*	= 900.	𐅆*XXXX*	= 9000.

M = 10,000.

Bis hieher führt Herodian dieſes Zahlenſyſtem durch; allein es laſſen ſich auch die Zehntauſender oder Myriaden auf ähnliche Weiſe ſehr leicht alſo darſtellen: *M* = 10,000, *MM* = 20,000, *MMM* = 30,000, *MMMMM* = 40,000, 𐅇 = 50,000, 𐅇 *M* = 60,000, 𐅇 *MM* = 70,000, 𐅇 *MMM* = 80,000 𐅇 *MMMMM* = 90,000.

Digitized by Google

Für das Alterthum dieſer Zahlzeichen bürgt der Umſtand, daß ſie ſchon Solon in ſeinen Geſetzen bei Angabe der Geldſtrafen gebrauchte, wie wir aus dem Zeugniſſe Herodians ſehen: *ἀλλὰ καὶ παρὰ Σόλωνι, τῷ τοὺς νόμους Ἀθηναίων γράψαντι, τὰ ἐπ' ἀργυρίῳ προστιμήματα τούτοις ὁρῶ γράμμασι σεσημασμένα.*

Als eine fernere bei den Griechen gebräuchliche Zahlenbezeichnungsart könnte man etwa noch die annehmen, nach welcher die Buchſtaben des griechiſchen Alphabetes ohne Einſchaltung der drei beſondern oben angegebenen Zahlzeichen, in ihrer gewöhnlichen Ordnung für die Zahlen von 1 bis 24 geſetzt wurden. Anwendung hievon finden wir z. B. bei der Zählung der Geſänge der homeriſchen Iliade und Odyſſe, und in andern Fällen, wo höhere Zahlen nicht vorkamen. Dieſe Bezeichnungsart hat Aehnlichkeit mit der unſrigen, der wir uns bei Eintheilungen von nicht vielen Gliedern bedienen, wozu wir meiſtens die Buchſtaben des lateiniſchen entweder großen oder kleinen Alphabetes nehmen.

Noch ſcheint mir folgende Bemerkung von Wallis, daß für das Wort *ἀριθμός* häufig in den Handſchriften das Zeichen *ς* vorkomme, nicht am unrechten Orte. „Cum Diophantus, ſagt er in ſeinen Anmerkungen ad Archimedis Arenar. l. 21., aliique forsan Algebristae Graeci, quod *Radicem* aut *Rem* aut etiam *Numerum* nunc dicimus, dixerint *ἀριθμόν*, ejusque notam fecerint *ς*; (vel huic

non absimilem:) hinc factum est, ut librariis ϛ et ἀριμϑὸς haberentur pro eodem; estque in libris MSS. frequens: adeoque hic τὸν ϛ posuerint pro τὸν ἀριϑμόν, iterumque (lin. 435.) ἀριϑμὸς pro ϛ senarii numeri nota. Idem accidisse credo lin. 2 nempe ϛ, pro ἀριϑμὸν aliquando positum, tandem excidisse, vel in τὸν mutatum.“ Verglch. Anmerk. t. zum 3ten Lehrſatze des Eutokius.

So viel über die bei den Griechen gebräuchlichen Zahlenbezeichnungsarten und das Zahlenſyſtem, und nun zu den Werken des Archimedes und Eutokius!

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ᾱ

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ,[a]) οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση[†]) μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.[b])

---

a) Pro ὀρθογονίῳ (Bas.) rescribo ὀρθογωνίῳ.

†) Prolus l. 4. ad Euclid. L. I. propos. 45. p. 110 ed. Bas. affert hoc Archimedis theorema primum, ponit autem ἐστὶν ante verba μιᾷ τῶν, quod ed. Bas. Wallis et Rivalt. omittunt, et infra pro τῇ λοιπῇ legit τῇ βάσει, ut et ed. Bas. et Rivaltus, male igitur Wallis λοιπῇ pro βάσει rescripsit. Quare repono βάσει, idque eo magis, quod in fine demonstrationis hujus theorematis recurrit: ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. Cf. nota seq. G.

b) Rescribo τῇ λοιπῇ, pro τῇ βάσει (Basil.): tum, quod hoc dilucidius fit, (βάσις enim, primo aspectu, de hypotenusa dictum videretur;) tum quod sic legisse

Digitized by Google

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, ὡς ὑπόκειται. Λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος. Καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον· καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔστων[c]) τὰ τμήματα ἤδη ἐλασσόνα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθετὸς ἡ ΝΞ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον[d]) τοῦ Ε τριγώνου, ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἔστι μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ

---

videatur Eutocius; qui Archimedis constructionem sic exponit, ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερίᾳ. W. Cf. nota praeced. et. nota 11. ad Arch. vers.

c) Basil. ἔστω. Verum hoc, si malis, retine propter τὰ τμήματα neutrius generis W. Praefero ἔστω. G.

d) Bas. εὐθύγραμον.

Digitized by Google

ἥμισυ. Λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖς[e]) ὅμοιοι, ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ[f]) ὑπερέχει τὸ Ε τρίγωνον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἔστιν ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι τοῦ Ε ἔλασσον, ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

---

e) τομεῖς retineo: utut videatur potius dicendum σχήματα, (qua voce alibi usus erat.) *Nam* τομέως *vocabulum* (quod monet acutissimus Henr. Savilius, in notis ad oram libri sua manu exaratis) *est hoc sensu inauditum, et ab Archimedea elegantia alienum.* Adeoque legendum foret τὰ τῷ ΠΖΑ σχήματα ὅμοια, ἐλάσσονα et caet. Non muto tamen (authoritate antiqui codicis destitutus;) quoniam, utut *Sectoris* vox, potissima significatione, eam figuram notet, quae arcu et semidiametris duabus (ad centrum coeuntibus) contineatur; notat tamen, ampliori sensu, eam quae arcu et duabus rectis in peripheriae puncto coeuntibus continetur. Et quidem, si, ampliato adhuc sensu, ad eam accommodetur quae continetur arcu et duabus rectis utcunque coeuntibus, (sive intra, sive extra circulum, ad peripheriae partem sive concavam, sive convexam;) ferri saltem potest vox τομεῖς, utut σχήματα malim. W. — Cf. nota 7) ad Arch vers.

f) Bas. ἡ.

β̅.

'Ο κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ι̅α̅ πρὸς ι̅δ̅, ἔγγιστα.[g])

"Εστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗΔ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ[h]) ἡ ΔΕ· ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κ̅α̅ πρὸς ϛ̅, πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα[i]) πρὸς τὸ ΑΓΔ ἔστιν, ὡς κ̅β̅ πρὸς ϛ̅. Ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. (Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κ̅β̅ πρὸς κ̅η̅, ἢ ὃν ι̅α̅ πρὸς ι̅δ̅.[k]) Τὸ δὲ ΑΓΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστὶν, ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος*) ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ

---

g) Post ιδ excidisse credo (saltem subintelligendum est) ἔγγιστα, (quod infra habetur.) Quod itaque suppleo.

h) Bas. διπλῆ. W — διπλῆ enim est pro διπλόη.

i) Suppleo ἄρα.

k) Post τετράγωνον supplendum videtur τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κ̅β̅ πρὸς κ̅η̅, ἢ ὃν ι̅α̅ πρὸς ι̅δ̅. Quod itaque restituo.

*) Basil. καθετός.

βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις[l]) τῆς διαμέτρου τριπλασίων[m]) καὶ τοῦ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ, ἔγγιστα.[n])

γ.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τς πρὸς ρνγ, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ μείζονα[o]) λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε πρὸς ρνγ.

---

l) Suppleo, quod exciderat, τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις.

m) Τριπλασίων retineo, (atque alibi similiter;) sed malim τριπλασία, prout apud Euclidem — πλάσιος et — πλασίων distinguuntur. Verum hic videntur promiscue usurpata: adeoque non muto. Quod semel monitum esto.

n) Suppleo ἔγγιστα.

o) Suppleo μείζονα, quod excidisse, ex sensu liquet,

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ.[p]) ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥςε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα πρὸς ρνγ. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει μεί-

λδ — β —

ζονα[q]) λόγον ἔχει, ἢ[q]) ὃν Μ,θυν[r]) πρὸς Μ,γυθ[r]), μήκει ἄρα μείζονα ἢ ὃν φϑα η´ [s]) πρὸς ρνγ.

Πάλιν δίχα[t]) ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβ η´ πρὸς ρνγ. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβ η´ πρὸς ρνγ.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵βτλδ δ´ πρὸς ρνγ. Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵βτλθ δ´ πρὸς ρνγ·

---

et ex particula ἢ, quae linea sequente adhuc retinetur.

p) Συνθέντι καὶ ἐναλλάξ, rescribo, mutato ordine, pro ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι (Bas.) demonstrationis ordine id postulante. Atque sic Eutocius.

q) Suppleo μείζονα et ἢ.

λδ β

r) Pro Μ et Μ (Bas.) rescribo ex margine Μ et Μ.

s) Pro ὃν φϑα (Bas.) restituo (quod calculus postulat) μείζονα ἢ ὃν φϑα η´.

t) Post δίχα, subintellige τετμήσθω· et sic saepe.

Digitized by Google

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΔΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΔΓ μείζονα λόγον [u]) ἔχει, ἤπερ ͵δ̅χ̅ο̅γ̅∟̅ [*]) πρὸς ρ̅ν̅γ̅.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΔΕΓ ὀρθῆς ἐστι μηʹ.[x])

Κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση, πρὸς [y]) τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ [z]). Ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδʹ [a]). Καὶ ἡ ΔΜ ἄρα εὐθεῖα πλευρά ἐστι [b]) τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟ̅ϛ̅.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵δχογ ∟ πρὸς ρνγ, ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΔΓ, τῆς δὲ ΓΔ δι-

---

u) Pro μείζονα μήκει λόγον (Bas.) (deleto μήκει ut superfluo,) rescribo simpliciter μείζονα λόγον.

*) In ed. Bas. deest ∟, apud Eutocium vero ad hunc locum legitur, ͵δχογ ∟, G.

x) Pro μ̅η̅, (Bas.) (hoc est, 48,) rescribo μηʹ, h. e. 1/48.

y) Pro αὕτη ἴση, ἡ πρὸς, rescribo (ex Eutocio) αὐτῇ ἴση, πρός.

z) Suppleo (ex Eutocio) καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ.

a) κδʹ pro κ̅δ̅ (Bas.) hoc est 1/24 pro 24.

b) Bas. ἐστίν.

Digitized by Google

πλασίων ἡ ΑΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∟ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν[c]) τοῦ ϟς πολυγώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∟ πρὸς $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$͵δχπη.[d])

Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$͵δχπη πρὸς ͵δχογ∟[e]). Καί ἐστι τριπλασία,

---

c) Suppleo (sensu exigente) τὴν ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∟ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν, quae excidisse videntur occasione vocum πρὸς τὴν iterum recurrentium.

d) Pro Μ (Bas.), rescribo (ex margine) $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$.

e) Suppleo (propter similem clausulam apud Eutocium, atque hic infra.) Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$͵δχπη πρὸς ͵δχογ∟: quae excidisse puto. Quippe cum ita distincte locutus sit Archimedes infra, ubi eadem argumentatio recurrit; non putandum est, id omisisse hic loci, ubi primnm occurrit illa argumentatio. Et quidem si illud locornm altero omissum vellet, (ut ex reliquo satis insinuatum,) id posteriori potius quam priori loco faciendum erat.

Digitized by Google

καὶ ὑπερέχουσι χξζ∟· ἅπερ τῶν ͵δχογ ∟ἐλάσσονά ἐστιν ἢ[f]) τὸ ἕβδομον. Ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἔλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Λοιπὸν μέρος τοῦ γ̄ θεωρήματος. †)

[g]) Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵ατνα πρὸς ψπ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ

---

f) Pro ἐστι (Bas.), rescribo ἐστιν ἤ.

†) Suppleo ex Eutocio Λοιπὸν μέρος τοῦ γ̄ θεωρήματος. G.

g) Ante hanc lineam, in editione Basileensi habetur δ̄, quasi quartae propositionis nota. Non autem est haec nova propositio: sed propositionis tertiae membrum posterius. Deleo igitur.

Digitized by Google

ὑπὸ ΗΑΓ ἐστιν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΗΖΓ τρίτῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ· Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, καὶ συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τοῦτο οὖν ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ *) ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βϡια πρὸς ψπ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΗ ἐλάσσονα, ἢ ὃν ,γιδ∠δ΄ πρὸς ψπ.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Ἡ ΑΘ ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,εϡκδ h) ∠δ΄ πρὸς ψπ, ἢ ὃν ,αωκγ πρὸς σμ· (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων i) δ ιγ΄.) Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αωλη θ ιά πρὸς σμ k).

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ. Καὶ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΚΓ ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν

---

*) τὴν ante ΗΓ omittit Wallis.

h) Pro λ repono ϡ —

i) Pro (Bas.) ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας, (Eutoc. ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρας) rescribo ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων.

k) Pro αωλη θ' πρὸς ομ (Bas.) rescribo, ,αωλη θ ιά πρὸς σμ. W. — Non σμ sed ϛμ ed. Bas. habet. G.

͵γχξα θ ια΄ πρὸς σμ, ἢ ὃν[l]) ͵αζ πρὸς ξς.[m]) (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια μ΄.) Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αθς΄ πρὸς ξς[n])

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. Ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ[o]) ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵βι ς΄ πρὸς ξς· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα, ἢ τὰ ͵βιζ δ΄ πρὸς ξς.

Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΛΓ πρὸς τὴν ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς πρὸς ͵βιζ δ΄· καὶ[p]) περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα ἔχει λόγον, ἤπερ ͵ςτλς πρὸς ͵βιζδ΄.[q]) Ἅπερ τῶν ͵βιζδ΄ μείζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα

---

l) Suppleo ͵γχξα θ ιά πρὸς σμ, ἢ ὃν. quae excidisse puto, occasione vocum ἢ ὃν recurrentium. —

m) Pro ξς (Bas.), rescribo ξς. —

n) Pro (Bas.) ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας οἶμαι ἄρα πρὸς τὴν καταλογον ͵αος πρὸς ξς, (quae pessime depravata sunt;) rescribo, ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια μ΄. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αθς΄ πρὸς ξς. —

o) λγ rescribo pro αγ (Bas.) —

p) Suppleo (ex Eutocio) ΛΓ πρὸς τὴν ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς πρὸς ͵βιζ δ΄. καί. —

q) Pro ͵ςτιλς πρὸς μα ͵ζιβδ΄. (Bas.) rescribo, ͵ςτλς πρὸς ͵βιζδ΄. —

οα΄.[r]) *Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟϛ πολυγώ-νου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα΄. Ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα΄*

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἐλάσσων μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέ-ρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερ-έχουσα.[s])

---

r) Pro ὁ α΄ (Bas.) rescribo οα΄. —

s) Suppleo, quo sensus perficiatur, *ἢ δέκα ἑβδομη-κοστομόνοις, ὑπερέχουσα.*

Kreis-Meſſung des Archimedes von Syrakus.

Digitized by Google

Kreis-Meſſung des Archimedes.

I. Satz. (Fig. I.)

Lehrſatz. Jede Kreisfläche iſt gleich einem rechtwinkligen Dreiecke, wenn der Halbmeſſer des Kreiſes gleich iſt einer der den rechten Winkel einſchließenden Seiten, und die Peripherie gleich der andern derſelben.

Beweis. Der Kreis ABCD ſoll die angegebene Beſchaffenheit haben; ich behaupte nun, daß er gleich iſt dem Dreiecke E.

Denn, wenn es möglich iſt, ſoll der Kreis größer ſein. Nun zeichne man das Quadrat AC in denſelben,[1] und halbire die von demſelben abgeſchnittenen Bogen.[2] Geſetzt die Abſchnitte ſeien itzt noch kleiner als das Uebermaaß, um welches der Kreis größer iſt als das Dreieck; folglich iſt auch die (eingezeichnete)

---

1) Wie dieſes geſchieht, zeigt Euclid. Elem. Lib. IV. Prop. 6.

2) Archimedes führt hier, wie öfters, die Konſtruktion der Figur nicht genau durch; ſondern überläßt die Durch-

Digitized by Google

geradlinige Figur noch größer als das Dreieck. Ferner nehme man den Mittelpunkt N, und errichte die ſenkrechte Linie NX. Sonach iſt NX kleiner als die eine Seite des Dreieckes; es iſt aber auch der Perimeter der geradlinigen Figur kleiner als die andere Seite, folglich auch kleiner als die Peripherie des Kreiſes;[3] ſonach iſt auch die geradlinige Figur kleiner als das Dreieck E, was doch unſtatthaft iſt.

Ferner ſoll der Kreis, wenn es möglich iſt, kleiner ſein als das Dreieck E; und nun zeichne man ein Quadrat um den Kreis,[4] halbire die abgeſchnit-

---

führung dem Leſer. (Vergl. Einl. S. 4 u. 5.) In der der Basler Ausgabe beigefügten Ueberſetzung heißt es daher weiter: Ducanturque ad puncta divisionum lineae rectae, fiantque hoc modo intra circulum figurae rectilineae, donec inciderimus in aliquam figuram rectilineam, quae sit major dicto triangulo, et ponatur centrum n. et caet. Daſſelbe gilt auch gleich oben von der Auseinanderſetzung dieſes Lehrſatzes, wo es heißt: „Der Kreis ſoll die angegebene Beſchaffenheit haben:" und wo man ſich offenbar noch die Worte: mit dem Dreiecke E, hinzudenken muß.

3) Dieß läßt ſich als Folge betrachten ſowohl von Archimed. Hypot. 1. L. I. de Sph. et Cyl. *τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν*, als von Hypot 3. Vergl. Anmerk. 8.

4) S. Euclid. Elem. L. IV. Prop. 7.

tenen Bogen,[4] und ziehe Tangenten auf die Durchſchnittspunkte. Der Winkel OAR iſt daher ein rechter,[5] und OR iſt größer als MR; denn RM iſt gleich RA;[6] folglich iſt auch das Dreieck ROP größer als die Hälfte der Figur OZAM. Geſetzt man habe Abſchnitte[7] erhalten, welche ähnlich ſind dem PZA, und kleiner als das Uebermaß, um welches das Dreieck

---

5) Euclid. Elem. L. III. Prop. 18. *Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα (ΠΑΡ), ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου (N) ἐπὶ τὴν ἁφὴν (A) ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα (NA), ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἀπτομένην.* cf. L. I. Prop. 13

6) Euclid. Elem. L. I. Prop. 19. *Παντὸς τριγώνου (OAP) ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν (OAP) ἡ μείζων πλευρὰ (OP) ὑποτείνει.*

7) Das Wort *τομεὺς*, welches ich hier durch Abſchnitt überſetzt habe, erklärt Euclid. El. L. III. Def. 10 alſo: *Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας* „Ein Kreisausſchnitt iſt die Figur, welche von den geraden, einen Winkel am Mittelpunkte des Kreiſes einſchließenden Linien und dem von ihnen abgeſchnittenen Bogen begränzt wird." Lorenz. Eutokius bedient ſich in ſeiner Erklärung zu dieſer Stelle des Wortes *τμῆμα*, und hiernach habe ich überſetzt. Verglch. Wallis Anmerk. c zum I. Lehrſ. Arch.

E größer iſt als der Kreis ABCD. Folglich iſt die um den Kreis gezeichnete geradlinige Figur noch kleiner als das Dreieck E, was doch unſtatthaft iſt. Denn ſie iſt größer, weil NA gleich dem einen Kathetus des Dreieckes, und der Perimeter größer iſt als die Grundlinie des Dreieckes.[8]

Folglich iſt der Kreis gleich dem Dreiecke E.

II. Satz. (Fig. II.)

Lehrſatz. Der Kreis verhält ſich zu dem Quadrate ſeines Durchmeſſers, beinahe wie 11 zu 14.

Beweis. Es ſei ein Kreis gegeben, deſſen Durchmeſſer AB iſt. Nun zeichne man um denſelben

---

8) Dieß geht hervor aus Archimed. de Sph. et Cyl. L. I. Hypot. 3. Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, (Rivalt legendum putat περιφερείας) καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην. Wenn aber beide Linien nach einer Seite zu hohl ſind, und die eine derſelben von der andern, und von einer geraden Linie, welche gleiche Endpunkte mit ihr hat, entweder ganz, oder nur zum Theile umſchloſſen wird, und einen Theil mit ihr gemein hat, ſo iſt auch die umſchloſſene Linie die kleinere.

das Quadrat CHD,[4] ziehe die Linie DE gleich dem Doppelten von CD, und mache EZ gleich dem ſiebenten Theile von CD. Da ſich nun

$$\triangle ACE : \triangle ACD = 21 : 7,$$ [9]

und

$$\triangle ACD : \triangle AEZ = 7 : 1;$$ [9]

ſo verhält ſich auch

$$\triangle ACZ : \triangle ACD = 22 : 7.$$

Allein das Quadrat CH iſt das Vierfache des Dreieckes ACD.[10] Folglich verhält ſich das Dreieck ACZ zu dem Quadrate CH, wie 22 zu 28, oder wie 11 zu 14. Das Dreieck ACZ iſt aber gleich dem Kreiſe AB, weil der Kathetus AC gleich iſt dem Halbmeſſer, und die Grundlinie [11] gleich der Peri-

---

9) Euclid. El. L. VI. Prop. 1. *Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.*

10) Denn durch AB wird das Quadrat CH in zwei gleiche Theile getheilt, und das Parallelogramm CB durch die Diagonale AD. S. Euclid. El. L. I. Prop. 34. *Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπ' ἐναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.*

11) Die Grundlinie iſt allerdings zu unbeſtimmt, denn: *Βάσις λέγεται ἐπιπέδου χωρίου γραμμὴ ἡ ὡσανεὶ κάτω νοουμένη*, ſagt Hero in ſeinen *ὀνομ. γεωμετρ*; und man könnte leicht glauben, Arch. verſtehe die Linie AZ darunter, da er doch CZ darunter verſtanden wiſſen

pherie des Kreiſes, welche das Dreifache und beinahe der ſiebente Theil des Durchmeſſers iſt, wie bewieſen werden ſoll. Folglich verhält ſich der Kreis zu dem Quadrate (ſeines Durchmeſſers) CH, beinahe wie 11 zu 14.

III. Satz. (Fig. III. et IV.)

Lehrſatz. Die Peripherie eines jeden Kreiſes iſt gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers, und einem Theile, welcher kleiner iſt als $\frac{1}{7}$ und größer als $\frac{10}{71}$ des Durchmeſſers.

Erſter Theil des Beweiſes. Es ſei ein Kreis gegeben, ſein Durchmeſſer ſei AC, ſein Mittelpunkt E, ſeine Tangente CLZ, und der Winkel ZEC gleich dem dritten Theile eines rechten (=30°). Sonach verhält ſich

$$EZ : ZC = 306 : 153, \text{ (abgekürzt } 2 : 1)$$

aber

$$EC : CZ > 265 : 153.$$

Man theile nun den Winkel ZEC durch die Linie EH in zwei gleiche Theile. Sonach verhält ſich

---

will. Allein um nicht zu unrichtigen Veränderungen (S. Wallis Anmerk. b zum I. Lehrſ.) und ſchiefen Urtheilen verleitet zu werden, bedenke man nur, daß Archimedes nicht für Anfänger, ſondern für ſolche ſchreibt, die in der Mathematik bereits größere Fortſchritte gemacht haben.

$$ZE : EC = ZH : HC,$$ [12)]

und durch Verbindung[13)]

$$((ZE + EC) : EC = (ZH + HC) : HC),)$$ [14)]

und durch Verwechſlung [15)] folglich

$$(ZE + EC) : CZ = EC : CH.$$ [16)]

Sonach hat

$$CE : CH > 571 : 153;$$

---

12) Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. κ. τ. λ. Eucl. El. L. VI. Prop. 3.

13) Eucl. El. L. V. Def. 15. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. „Die Verbindung einer Verhältniß (A:B) entſteht, wenn man ſetzt: das Vorderglied zum Hinterglied zuſammen als ein Glied zu demſelben Hintergliede. (A + B: B." Lorenz.)

14) Eucl. El. L. V. Prop. 18. Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

15) Eucl. El. L. V. Def. 13. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. „Verwechſelt wird eine Verhältniß, wenn man (in einer Proportion A : B = C : D) ſetzt: das Vorderglied zum Vordergliede, wie das Hinterglied zum Hintergliede (A : C = B : D)." Lorenz.

16) Eucl. El. L. V. Prop. 16. Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Digitized by Google

daher hat

$$EH^2 : HC^2 > 349450 : 23409;$$ [17]

folglich hat auch

$$EH : HC > 591\tfrac{1}{8} : 153.$$

Man halbire ferner den Winkel HEC durch EF. Aus demſelben Grunde hat alſo

$$EC : CF > 1162\tfrac{1}{8} : 153,$$

folglich hat

$$FE : FC > 1172\tfrac{1}{8} : 153.$$ [18]

Nun theile man den Winkel FEC durch die Linie EK in zwei gleiche Theile; daher hat

$$EC : CK > 2334\tfrac{1}{4} : 153;$$

folglich hat

$$EK : CK > 2339\tfrac{1}{4} : 153.$$

Endlich halbire man den Winkel KEC durch die Linie LE; daher hat

$$EC : LC > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da nun der Winkel ZEC der dritte Theil eines rechten, und viermal immer in zwei gleiche Theile

---

17) δύναμις heißt eigentlich Potenz im Allgemeinen, und δύνασθαι potenziren, allein die griech. Mathematiker verſtehen unter δύναμις blos die zweite Potenz oder das Quadrat, und δύνασθαι heißt ihnen daher quadriren. — μῆκος die Länge, bezeichnet eine Linie im unveränderten Zuſtande, oder die Wurzel einer potenzirten Linie.

18) Der Beweis läßt ſich wie vorhin alſo darſtellen:

Digitized by Google

geſchnitten worden iſt; ſo iſt der Winkel LEC der 48ſte Theil eines rechten. Man ſetze nun in dem Punkte E einen dieſem (LEC) gleichen Winkel CEM an,[19] und verlängere die Linie ZC bis zu M. Folglich iſt der Winkel LEM der 24ſte Theil eines rechten, und die Linie LM iſt ſonach die Seite eines um den Kreis beſchriebenen Vieleckes, welches 96 Seiten hat.

Da nun bewieſen wurde, daß

$$EC : CL > 4673\tfrac{1}{2} : 153,$$

und da AC von EC, LM aber von CL das Doppelte iſt; ſo hat folglich auch

$$AC : LM > 4673\tfrac{1}{2} : 153,$$

und ſonach hat auch AC zum Perimeter des 96eckes ein größeres Verhältniß als $4673\frac{1}{2}$ zu 14688.[20]

Umgekehrt hat ſonach der Perimeter des 96eckes

$$HE + EC = HF : FC$$

$$(HE + EC) : EC = (HF + FC) : FC$$

$$(HE + EC) : HC = EC : FC$$

$$(HE + EC) : HC > (591\tfrac{1}{8} + 571 +) : 153.$$

$$EC : FC > 1162\tfrac{1}{8} : 153.$$

$$EF^2 : FC^2 > 1373943\tfrac{33}{64} : 23409.$$

$$EF : FC > 1172\tfrac{1}{8} : 153.$$

Eben ſo verhält es ſich auch mit den folgenden Darſtellungen. Vergl. Eutokius Erklärungen.

19) S. Euclid. Elem. L. I. Prop. 23.

20) d. h. $AC : 96\,LM > 4673\frac{1}{2} : 153 \times 96 (= 14688)$.

zu dem Durchmeſſer ein kleineres Verhältniß, als 14688 zu $4673\frac{1}{2}$. Jener iſt aber um $667\frac{1}{2}$ größer als das Dreifache des Durchmeſſers, und dieſe Zahl iſt (um $\frac{1}{7}$) kleiner als der ſiebente Theil von $4673\frac{1}{2}$ (d. i. dem Durchmeſſer); folglich iſt das um den Kreis gezeichnete Vieleck gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers, und einem Theile, welcher kleiner iſt als $\frac{1}{7}$ desſelben. Sonach iſt die Peripherie des Kreiſes noch weit mehr kleiner als das Dreifache nebſt dem ſiebenten Theile desſelben.[21]

Zweiter Theil des Beweiſes. (Fig. IV.) Es ſei ein Kreis gegeben, ſein Durchmeſſer ſei AC, und der Winkel BAC ſei der dritte Theil eines rechten; ſonach hat

$$AB : BC < 1351 : 780,$$
aber
$$AC : CB = 1560 : 780.$$[22]

Man halbire den Winkel BAC durch die Linie AH. Da nun der Winkel BAH gleich iſt dem Winkel

---

21) S. Anmerk. 8 und Euclid. L. V. Propos. 8. *Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.* „Von zwey ungleichen Größen hat die größere zu einer und derſelben Größe eine größere Verhältniß, als die kleinere; und eine und dieſelbe Größe zu der kleinern eine größere Verhältniß, als zu der größern.“ Lorenz.

22) Abgekürzt: AC : CB = 2 : 1.

HCB,[23] ſo wie auch dem Winkel HAC; ſo iſt folglich auch HCB gleich HAC;[24] ferner iſt der rechte Winkel AHC gemeinſchaftlich; folglich wird auch der dritte Winkel HZC gleich ſein dem dritten ACH. Das Dreieck AHC iſt daher gleichwinklig mit dem Dreiecke CHZ. Es verhält ſich daher

$$AH : HC = CH : HZ \text{ und } AC : CZ.$$[25]

So wie ſich aber verhält

$$AC : CZ = (CA + AB) : BC;$$

folglich verhält ſich auch

$$(CA + AB) : BC = AH : HC.$$

Deßwegen hat auch

$$AH : HC < 2911 : 780,$$

und

$$AC : CH < 3013\tfrac{3}{4} : 780.$$

Nun halbire man den Winkel CAH durch AF. Aus demſelben Grunde hat ſonach

$$AF : FC < 5924\tfrac{3}{4} : 780, \text{ oder als } 1823 : 240;$$

---

23) Euclid. El. L. III. Prop. 21. *Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

24) Euclid. El. L. I. Ax. 1. *Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.*

25) Euclid. El. L.VI. Prop. 4. *Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνὰ λόγον εἰσὶν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, — καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.* „In gleichwinkligen Triangeln ſind die Seiten, welche gleiche Winkel einſchließen, proportionirt; und zwar diejenigen Seiten gleichnamig, welche gleichen Winkeln gegenüberliegen." Lorenz.

Digitized by Google

denn dieſe beiden letztern Zahlen ſind 4mal der 13te Theil von den beiden vorigen. Folglich hat

$$AC : CF < 1838\tfrac{9}{11} : 240.$$

Ferner theile man den Winkel FAC durch KA in zwei gleiche Theile; demnach hat

$$KA : KC < 3661\tfrac{9}{11} : 240, \text{ oder als } 1007 : 66;$$

denn dieſe beiden letzteren Zahlen ſind 11mal der 40ſte Theil von den beiden vorigen. Folglich hat

$$AC : CK < 1009\tfrac{1}{6} : 66.$$

Endlich halbire man den Winkel KAC durch die Linie LA. Demnach hat

$$AL : LC < 2016\tfrac{1}{6} : 66,$$

und

$$AC : CL < 2017\tfrac{1}{4} : 66.$$

Umgekehrt hat ſonach

$$LC : CA > 66 : 2017\tfrac{1}{4};$$

und der Perimeter des 96eckes hat zu dem Durchmeſſer ein größeres Verhältniß als 6336 zu $2017\frac{1}{4}$, welche erſtere Zahl größer iſt als das Dreifache und $\frac{10}{71}$ von $2017\frac{1}{4}$. Folglich iſt auch der Perimeter des in den Kreis gezeichneten 96eckes gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers und einem Theile, welcher größer iſt als $\frac{10}{71}$ deſſelben. Demnach iſt der Kreis noch weit mehr gleich dem Dreifachen ſeines Durchmeſſers und einem Theile, welcher größer iſt als $\frac{10}{71}$ deſſelben.

Folglich iſt die Peripherie des Kreiſes gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers und noch einem Theile, welcher kleiner iſt als $\frac{1}{7}$ und größer als $\frac{10}{71}$ deſſelben.

Digitized by Google

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ

ΕΙΣ ΤΗΝ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΝ.

Digitized by Google

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΕΙΣ ΤΗΝ

Α Ρ Χ Ι Μ Η Δ Ο Υ Σ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΝ.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν, τοῖς σαφεστέροις καὶ βραχυτέρας ἐπιστάσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι, καὶ τὰ ὁποσαοῦν ᵃ) ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα, τὸν δυνατὸν τρόπον, συνεχῆ ποιεῖν τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν *) ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις, ἔχηςᵇ)

---

a) Pro ὁποσοῦν (Bas.) rescribo ὁποσαοῦν. —

*) Nonne potius scribendum erat ὑπ' ἐμοῦ propter anteced. ἐμὸν, πληροῦντι, ἐντυγχάνοντι? G.

b) Mendum suspicor. ἔχης retineo: utut apud Lexicographos hanc vocem non reperiam; nec satis mihi constet, quid ea significetur. Forte perperam scriptum pro εὐχῆς· ut sit εὐχῆς ἄξιον, *quod optatu dignum sit.* Forte substituendum esset, μελετῆς,

ὡς ἀληθῶς **) ἀξίου τυγχάνοντος, τοῦ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι· εἴη δ'ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον, Κύκλου Μέτρησιν τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον, ἐν ᾧ τὴν πρόθεσιν τἀνδρὸς ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζωμεν.

Βούλεται γὰρ ἐπιδεῖξαι,

τίνι χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος,

πρᾶγμα πάλαι πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν φιλοσόφων ἐζητημένον.[c]) Δῆλον γὰρ, ὅτι τοῦτ'[d]) ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς [e]), ἐκεῖ-

---

vel, προσοχῆς, ut quod *curam* vel *attentionem* mereatur, innuat. Sed, donec quid melius occurrat, putaverim ἴχης (si mendum absit) *continuationem* seu *connexionem* innuere, idemque esse ac συνοχὴν, eadem analogia qua ἑξῆς, et ἐχόμενον, et ἐχομένως, de continue proximis usurpantur.

**) Cf. Hoogeveen doct. partic. ling. graec. in Epit. redegit Christ. Godofr. Schütz Lips. 1806. p. 578. X. —

c) Basil. ἐζητημένων.

d) Pro τί ἂν (Basil.) rescribo τοῦτ' ἄν.

e) Pro ἐπιμελῆς (Basil.) rescribo ἐπιμελῶς.

νους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω, τούς τε τὴν Εὐδήμου γεωμετρικὴν ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους f), καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας Κηρίων. g)

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὥς φησιν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον· δείκνυσι γὰρ,

> ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἔλαττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Τοῦτο οὖν, φησι, σύνεγγυς δεδεῖχθαι· h) εὑρῆσθαι μέντοι αὐτῷ διά τινων ἑλίκων εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

---

f) Ἐπεσκεμμένους, forma Passivum, sed significatione Activum, etiam alias apud Archimedem occurrit. Quod de ἔσκεμμαι, atque hinc formatis, notant Lexicographi.

g) Κηρίων retineo tum hic, tum in fine. Commandinus videtur utrobique legisse κυρίων, saltem sic interpretatur. Dico autem ceria Aristotelica, potius quam Aristotelis, quoniam per ea quae in fine habentur, ambigi posse videatur, an ab Aristotele, an a Poro Nicaeno, scriptus fuerit liber Κηρία dictus, an ab utroque.

h) Bas. συνεγγὺς δεδεῖχθαι.

Digitized by Google

Εἰς τὸ $\overline{α}$ θεώρημα.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γυμνασαμένοις, οὐδεμίαν ἔχον ζήτησιν φαίνεται, αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτεθειμένων, καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς τὴν πρότασιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

Δοκεῖ δ' ἔτι [i]) κατακεχρῆσθαι πρὸς τὴν ἀπόδειξιν πράγματι μηδέπω δεδειγμένῳ. Ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον, φήσιν, [k])

Ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ.

Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ ἤδη δεδειγμένον εἴη [l]), ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. Συνορᾶν δὲ ὅμως χρὴ, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, παντίπου δῆλον· οἶμαι καὶ τοῦτο [m]), τῶν ἐφ'ἓν διαστάτων. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους.

---

i) Bas. δέ τι.

k) φησὶ (Bas.) habetur, quod scribendum potius erat φησίν. W. In edit. Bas. legitur φησὶν, non φησὶ, ut ait. cl. Wallis. G.

l) Bas. εἶναι.

m) τοῦτο redundare videtur: non deleo tamen.

Digitized by Google

Κᾂν εἰ μηδέπω οὖν ἐφάνη δυνατὸν, περιφερείᾳ [n]) κύκλου ἴσην εὐθεῖαν πορίσασθαι· ἀλλ' ὅμως εἶναί τινα τῇ [o]) φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, πρὸς οὐδενός ἐστι ζητούμενον. Τὸ τοίνυν καὶ πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν τοιοῦτόν ἐστιν· ὅτι τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς προείρηται τὰς πλευράς, ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ [p]). Ὥστε τὸ προτεθὲν ἐκθέμενος, οὐδεμιᾶς [q]) ἂν καταχρήσεως κρίνοιτο· θαύματος [r]) δ' ἂν μᾶλλον κᾂν τούτοις δόξειεν, τοῖς οὕτως ὑπερμεγέθεσι τῶν ζητημάτων, σαφῆ καὶ ῥᾳδίαν τὴν εὕρησιν ἐπιτιθείς.

---

n) Bas. περιφέρειᾳ, et sic aliquoties.

o) Bas. τῆ. } et sic aliquoties, ubi deerat jota
p) Bas. τῶ κύκλω } subscriptum.

Non enim Dorica dialecto scribuntur haec. W. Non aliquoties, sed vere omnino jota subscriptum in edit. Basil. deest. G.

q) Bas. οὐδεμίαν.

r) θαύματος (Basil.) retineo. Forte θαυμάσιος rescribi poterit, ut cum ἐπιτιθείς congruat, (nam si μᾶλλον θαύματος δόξειεν, sit *plus miri videatur*, foret, ἐπιτιθέντος·) sin (quod malim) θαύματος retineatur, construendum est, οὐδεμιᾶς ἂν καταχρήσεως κρίνοιτο, θαύματος δ' ἂν μᾶλλον δόξειεν, *nullius quidem abusus damnandus sit, quin miri potius judicandus*, hoc est, non facti abusus, sed miri, judicandus erit.

Digitized by Google

Ὡς δὲ εἴρηται, οὐδεμιᾶς †) ζητήσεως τῷ πρώτῳ θεωρήματι.

Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ σχήματος, καὶ ὅτι ἁπλῶς περὶ τὸν δοθέντα κύκλον δυνατὸν εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥστε τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου, σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις ἡμῖν.

Εἰς τὸ $\overline{\gamma}$ θεώρημα.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι συνεχῶς ἐπιταττόμεθα, τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος s) ποιεῖ τινα τετράγωνον ἀριθμόν· ὁ ἀριθμὸς t) δὲ καὶ μόριον ἐφ' ἑαυτὰ γινόμενα

---

†) Bas. οὐδὲ μιᾶς. G.

s) Pro ἀριθμὸν πολλαπλασιαζόμενον (Bas.) rescribo (sensu postulante) ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος.

t) Pro ὅς, rescribo ὁ ἀριθμός. Nempe cum pro ὁ ἀριθμὸς aliquando scriptum fuerat ὁ ς, (ut in ne-

Digitized by Google

οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ πλήρη, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην [u]) πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν, εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς, εἴρηται δὲ Πάππῳ καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν [x]) ἐξηγουμένοις τὴν Μεγάλην Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὥστε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν, ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν [y]) ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσθαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον ὀρθῆς.

Ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν διχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ [z]) ἀπολαβόντες, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΖ, ἡ [a])

---

u) Pro δύναμιν (Bas.) rescribo δυναμένην, et quidem pro σύνεγγυς τὴν δυναμένην malim, mutato ordine, τὴν σύνεγγυς δυναμένην.

x) Bas. πλείωσιν. W. πλείοσιν legit et Fabric. Bibl. gr. L. V. c. 22. p. 209.

y) Bas. φιλομάθεσιν.

z) Pro τρίτῳ (Basil.) rescribo Γ, quod punctum hic designat; non numerum, prout qui perperam substituerunt τρίτῳ existimabant. W. cf. Eutoc. Uebers. Anmerk. 14.

a) Pro καὶ ἡ ὑπὸ (Bas.) (deleto καὶ) lego ἡ ὑπό.

Digitized by Google

ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ γὰρ πρὸς τῷ [b]) Γ ἀποληφθεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια οὖσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδέκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα δωδέκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· τρίτον ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ ΕΖ ἄρα *) πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\tau\varsigma}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

Ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΖΓ, δῆλον ἐντεῦθεν· Ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀποθέμενοι [c]), ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ Ε, συσταθήσεται ἡ πρὸς τῷ Μ γωνία, δίμοιρον [d]) ὀρθῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία δίμοιρον [d]) ὀρθῆς, ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ δίμοιρον [d]). Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισύ ἐστι τὸ ΓΕΖ. Καὶ, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ

---

b) Pro πρὸς τὸ Γ (Bas.) rescribo πρὸς τῷ Γ (ut aliquoties) hoc est adjacens puncto Γ. W. Cf. Eutoc. Uebers. Anmerk. 14.

*) Repono ex Archim. et edit. Basil. ἄρα pro ἀρ. G.

c) ἀποθέμενοι retineo, forte tamen scribendum ἐπιθέμενοι.

d) Bas. διμοίρου.

ἰσοπλεύρου ἴσην οὖσαν τῇ ΕΖ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ, διπλῇ e) ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΓΖ.

Ἡ δὲ ΕΓ πρὸς ΓΖ μείζονα f) λόγον ἔχει, ἢ f) ὃν σξε πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ ὑπόκειται τς, ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν †), γενήσεται $\overset{\vartheta}{M}$,γχλς. Ἡ δὲ ΓΖ ἐστὶ ρνγ, ὥστε τὸ ἀπ' αὐτῆς ἔσται $\overset{\beta}{M}$,γυθ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΖΓ, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ὄντος $\overset{\vartheta}{M}$,γχλς, ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΖ, ὑπάρχον $\overset{\beta}{M}$,γυθ, καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΕΓ ††), $\overset{\zeta}{M}$ σκζ, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ σξε καὶ ἔτι μόριον ἐλάχιστον καὶ ἀνεπαίσθητον· λείπεται γὰρ ἡ τῶν σξε δύναμις τῆς ἀκριβοῦς μονάσιν β. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

e) Bas. διπλῆ.

f) Suppleo μείζονα ἤ.

†) Bas. πολυπλασιάσωμεν. G.

††) Pro ΕΓ leg. ed. Bas. ι G.

ἡ EZ $\overline{\tau\varsigma}$	ἡ ZΓ $\overline{\rho\nu\gamma}$	τὰ δὲ $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ g)
ἐπὶ $\overline{\tau\varsigma}$	ἐπὶ $\overline{\rho\nu\gamma}$	ἐπὶ $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$
$\overset{\vartheta}{M}$,α $\overline{\omega}$	$\overset{\alpha}{M}$,ετ	$\overset{\delta}{M}\overset{\alpha}{M}$,β ,α
,α $\overline{\omega\lambda\varsigma}$	,ϛ$\overline{\chi\nu}$	$\overset{\alpha}{M}$,β,γ$\overline{\chi\tau}$
$\overset{\vartheta}{M}$,γχ$\overline{\lambda\varsigma}$	$\overline{\upsilon\nu\vartheta}$ *)	,α $\overline{\tau\kappa\varepsilon}$
	$\overset{\beta}{M}$,γ$\overline{\upsilon\vartheta}$	$\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$
	λοιπὸν τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{ϛ}{M}$$\overline{\sigma\kappa ϛ}$.	λείπει ἄρα Mº $\overline{\beta}$ εἰς τὸ ἀκριβές.

*) Pro ,ϛ$\overline{\chi\nu}$ et $\overline{\upsilon\nu\vartheta}$ malim ,ε ,β$\overline{\varphi\rho\nu}$ et $\overline{\tau\rho\nu\vartheta}$, ut infra, ubi eadem multiplicatio recurrit. Porro notandum hic venit, lineas, quibus hinc et alibi factores a factis separantur, deesse in edit. Bas., in qua productum signo ⸎ indicatur, quod Wallis semper omittit. G.

g) Restitui, ut vides, ea quae et depravata et confusa. Nempe, post multiplicationem ipsius *EZ*, in se, in columna prima, atque ipsius *ZΓ* in columna secunda; uti hic habentur: in columna tertia, sic erant confusa omnia.

λοιπὸν τὸ $\overset{\pi}{\underset{\alpha}{}}$ $\overline{\varepsilon\gamma}$ $\overset{ϛ}{M}$$\overline{\sigma\kappa ϛ}$

τὰ δὲ $\overline{\sigma\xi\varepsilon\vartheta}$ $\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$

Digitized by Google

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα ὡς h) *ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ.*

Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου Στοιχειώσεως.

.θ—
ἐπεὶ ἐξελείπει ἄρα Μ β
δ α
Μ Μ β ͵α εἰς τὸ ἀκριβὲς
α
Μ β ͵γ χτ
͵α τκε.

Quae sic saltem erant disponenda. Nempe linea prima ad praecedentes columnes spectat; reliquum in duas columellas distribuendum, (quarum posterior priori subjicienda intelligitur:) totumque sic emendandum.

ϛ
λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ΕΓ Μ σκϛ

	ϛ
τὰ δὲ σξε	Μ σκε
ἐπὶ σξε	λείπει ἄρα Μ° β
δ α	
Μ Μ β ͵α	εἰς τὸ ἀκριβές.
α	
Μ ͵β ͵γχτ·	
͵ατκε.	

Ego eo ordine disposui omnia, quem in textu vides.

h) Suppleo *ὡς*. W. Wallis hinc omisit articulum *ἡ* ante *ΖΕ*, quem itaque ex Archimed. et edit. Basil. rescribo. G.

Digitized by Google

Καὶ συνθέντι,

ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΗ.

Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ [i]), ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ.

Συναμφότερος δὲ ἡ ΖΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἤπερ $\overline{\text{φοα}}$. (ἡ μὲν γὰρ ΖΕ ὑπόκειται $\overline{\text{τς}}$· ἡ δὲ ΕΓ, $\overline{\text{σξε}}$ καὶ ἔτι μορίου τινός· ὥστε μεῖζόν εἰσι [k]) τῶν $\overline{\text{φοα}}$·) ἡ δὲ ΖΓ ἐστὶ $\overline{\text{ρνγ}}$. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overline{\text{φοα}}$ πρὸς $\overline{\text{ρνγ}}$. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΗΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overline{\text{φοα}}$ πρὸς $\overline{\text{ρνγ}}$.

Ἡ ΗΕ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει μείζονα [l]) λόγον ἔχει, ἢ [l]) ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$,$\overline{\text{ϑυν}}$ πρὸς $\overset{\beta}{M}$,$\overline{\text{γυϑ}}$.

Συναχθήσεται δὲ τοῦτο οὕτως. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται [m]), ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον

---

i) Bas. $\overline{\text{ζη}}$.

k) Bas. εἰσίν.

l) Suppleo μείζονα ἤ.

m) Bas. δίδοται.

Digitized by Google

ἔχουσα, ἥπερ $\overline{\text{φοα}}$ πρὸς $\overline{\text{ρνγ}}$, εἴτις ὑποθοῖτο n) τὴν μὲν ΕΓ $\overline{\text{φοα}}$, τὴν δὲ ΓΗ $\overline{\text{ρνγ}}$; ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\lambda\beta}{M}$ ͵ς$\overline{\text{μα}}$, τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ $\overset{\beta}{M}$ ͵$\overline{\text{γυθ}}$· συναμφότερα δὲ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ ΕΗ, ἔσται $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵$\overline{\text{θυν}}$· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ $\overline{\text{φϙα}}$ ἡ o) ἔγγιστα, (ἐλλείπει γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\text{φϙα}}$ ἡ o) τετράγωνος, εἰς τὸ ἀκριβὲς, M° $\overline{\text{κα}}$ ς´ ιέ ἔγγι-

---

n) εἴτις ὑποθοῖτο, (et similiter infra.) H. Stephanus, in Thesauri Appendice, in Anomalorum collectione Alphabetica, (quam et Scapula transcripsit,) haec habet: *Θοίμην, θοῖο, θοῖτο reperiri aiunt nonnulli, pro θείμην, θεῖο, θεῖτο, quae sunt Aor. 2. med. a verbo τίθημι· sed iis parum fidei adhibeo, quum apud Graecos Grammaticos et Lexicographos earum nullam repererim mentionem.* At hinc est Eutocii ὑποθοῖτο: saltem si mendum absit. Et quidem, in scriptoribus Mathematicis (quos Lexicographi forte non ita sedulo rimati sunt) multa passim occurrunt vocabula, quae apud Lexicographos frustra quaeras.

o) Pro $\overline{\text{φϙα}}$ ἴσον (Bas.) restituo $\overline{\text{φϙα}}$ ἡ W. Quare cl. Wallis hoc dicat; non video. In edit. enim Basil. non legitur $\overline{\text{φϙα}}$ ἴσον ἔγγιστα, sed $\overline{\text{φϙα}}$ ἡ ἔγγιστα. Infra vero $\overline{\text{φϙα}}$ ἴσον τετράγωνος. G.

στα,) ἡ ἄρα ΕΗ πρὸς ΗΓ δυνάμει μὲν μείζονα[p]) λόγον ἔχει, ἢ[p]) ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν πρὸς $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ, μήκει δὲ μείζονα ἢ ὃν φϑα η′[q]) πρὸς ρνγ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ φοα	ἡ ΗΓ ρνγ	φϑα η′
ἐπὶ φοα	ἐπὶ ρνγ	ἐπὶ φϑα η′
$\overset{\kappa\epsilon}{M}$ $\overset{\gamma}{M}$ ͵εφ	$\overset{\alpha}{M}$ ͵ετ	$\overset{\kappa\epsilon}{M}$ $\overset{\delta}{M}$ ͵εφξβ∟
$\overset{\gamma}{M}$ ͵ε͵δϡο[r])	͵ε͵βφρν	$\overset{\delta}{M}$ ͵ε͵ηρϑιαδ′
φοα	τρνθ	φϑα η′.
$\overset{\lambda\beta}{M}$ ͵ϛμα	$\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ	ξβ∟ιαδ′ η′ ξδ′[s])
		$\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυκη∟δ′ξδ′[t])

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΗ, $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν

Ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Mº καϛ′ ιε′ ἔγγιστα.

---

p) Suppleo μείζονα ἢ.

q) Pro ὃν φϑα ἴσον ἔγγιστα (Bas.) rescribo, μείζονα ἢ ὃν φϑα η′.

r) Bas. ͵δλο.

s) Bas. ξβ ∠ ια δ′ ηξδ.

t) Pro υκη ∠′ δ′ ξδ (Bas.), rescribo $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυκηδ∟′ ξδ′.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΘΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβ ἡ [u]) πρὸς ρνγ.

Γίνεται γὰρ διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ· Καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΕΓ φοα καὶ ἔτι μορίου [x]) τινός· ἡ δὲ ΕΗ φ ϡα ἡ [y]) καὶ ἔτι μορίου τινός. Μείζονες ἄρα εἰσὶν ἤπερ ͵αρξβ ἡ. Καί ἐστιν ἡ ΗΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. Ὥς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. [z])

λδ

W. *M* est etiam in edit. Bas. sed non suo loco; locum enim tenet ultimum in columna secunda; et ante numeros υκη ζ' δ'ξδ est ϑ, pro ͵ϑ. G.

u) Bas. ͵αρξβ ἴσον.

x) Bas. μορίον.

y) Bas. εη φ ϡα.

z) Suppleo ὥς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. Quod ex reliquorum analogia excidisse puto.

Digitized by Google

Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβ ἡ a) πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἡ ΕΓ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. εἴ τις ὑποθοῖτο αὐτὰς οὕτως ἔχειν, ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ $\overset{\rho\lambda\varepsilon}{M}$ b) φλδ∠ξδ' c), τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΘ ἴσον ὂν τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἔσται $\overset{\rho\lambda\zeta}{M}$ ͵γ ϡ d) μγ∟ξδ' e), ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵αροβ ἡ ἔγγιστα f), λείπεται γὰρ τῆς ἀκριβοῦς δυνάμεως τὸ ἀπ' αὐτῆς Mº ξς∠ g). Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

a) Bas. ἢ ὁ ͵αξβ ἡ.

b) Bas. $\overset{\rho\varepsilon\lambda}{M}$.

c) Bas. φλδὲ ∟, ξ'δ', non autem uti Wallis adfert. φλδ ἐ ξ' δ'. G. —

d) Bas. λ. W. Non λ sed ϡ habet edit. Basil. G.

e) Bas. ξ'δ.

f) Suppleo ἡ' ἔγγιστα.

g) Suppleo ∠.

Digitized by Google

ἡ ΕΓ ‚αρξβ ἡ
ἐπὶ ‚αρξβ ἡ
———
ρ ι ϛ
MMM‚βρκε
ι α
MM‚ϛσιβ ∠
ϛ
M‚ϛ‚γχρκζ ∠
‚βσρκδ δʹ
ρμε δʹ ξδʹ
———
ρλε
Mφλδ ∠ ξδʹ

τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ ἐστὶ
ρλζ
M ‚γ ϡ μγ ∠ ξδʹ

ἡ ΘΓ ρνγ
ἐπὶ ρνγ
———
α
M‚ετ h)
‚ε‚βφρν
τρνθ
———
β
M ‚γυθ

‚αροβ ἡ
ἐπὶ ‚αροβ ἡ
———
ρ ι ζ
MMM‚βρκε i)
ι α
MM‚ζσιβ ∠ k)
ζ
M‚ζ‚δϡδρμη ∠ δʹ
‚βσρμδ δʹ
ρμϛ ∠ ξδʹ
———
ρλζ
M‚γωοζ ξδʹ l)

ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M° ξϛ ∠ m)

———

h) Bas. μα‚ετ.

i) Bas. ρμϛ ∠. Erroris occasio erat, quod multiplicaverint ἡ in ‚αροβ, cum oportuit tantum in ‚α. Hoc est ⅛ in 1172, pro ⅛ in 1000.

k) Bas. κα ∠ Similiter hic erratum est, ducendo ἡ in ροβ, cum ducendum esset in ρ. Atque ex his duobus erratis orta sunt duo sequentia.

l) Pro ‚γϡζ ∠ ξδ (Bas.) (loco non suo) repono (suo
ρλζ
loco) M‚γωοζ ξδʹ. W. In edit. Bas. etiam est
ρλ ρλζ
M pro M. G.

m) Bas. λϛ. Erantque haec quatuor calculi magis quam

Digitized by Google

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ͵βτλδ δ' πρὸς ρνγ.

Πάλιν γάρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἔστιν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ ͵αροβ ἢ καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ ͵αρξβ ἢ καὶ ἔτι μορίου τινός· n) συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ,ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ †) ͵βτλδ δ'. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ δ' πρὸς ρνγ.

---

calami errata. Adeoque vel ipsius Eutocii, vel (quod potius putaverim) scioli cujusdam, qui, quod falso suspicatus est, emendare satagens, mendum induxit.

n) Suppleo ἡ δὲ ΕΓ ͵αρξβ ἢ καὶ ἔτι μορίου τινός, quae exciderant (quod saepe fit) occasione vocum similium iterato recurrentium.

†) Bas. ἐστί, ͵βτλδ δ'. G.

Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βτλδ δ' προς ρνγ. o)

Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλθ δ' πρὸς ρνγ.

Πάλιν γάρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΕΓ βτλδ δ', ἡ δὲ ΓΚ ρνγ· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ $\overset{\phi\mu\delta}{M}$ ηψκγ ις' p)· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΚ $\overset{\beta}{M}$ γυθ· τούτοις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΚΕ· ἔσται ἄρα $\overset{\phi\mu\zeta}{M}$ βρλβ ις'. q) ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ἔγγιστα βτλθ δ' λείπει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς M^o. μα∠. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

o) Suppleo ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βτλδ δ' προς ρνγ.

p) Bas. $\overset{\phi\nu\delta\eta}{M}$. ψκγ ις'.

q) Bas. $\overset{\phi\nu\zeta}{M}$ β ραβ ις'.

ἡ ΕΓ ͵βτλδ δ′	ἡ ΓΚ ρνγ	͵βτλθ δ′
ἐπὶ ͵βτλδ δ′	ἐπὶ ρνγ	ἐπὶ ͵βτλθ δ′
$\overset{\upsilon}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\varsigma}{M}$ ͵ηφ	$\overset{\alpha}{M}$ ͵ε τ	$\overset{\upsilon}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\varsigma}{M}\overset{\alpha}{M}$ ͵ηφ r)
$\overset{\xi}{M}\overset{\vartheta}{M}$ ͵θ ͵ασοε	͵ε ͵βφρν	$\overset{\xi}{M}\overset{\vartheta}{M}$ ͵θ ͵βψοε
$\overset{\varsigma}{M}$ ͵θ ϡ ρκζ ∠	τρνθ	$\overset{\varsigma}{M}$ ͵θ ϡ σοζ ∠
͵η ͵ασρκιςα	$\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ	$\overset{\alpha}{M}$ ͵η ͵βψσοπαβ δ′
φπγ ∠ ις′		φπδ ∠ δ′ ις′
$\overset{\varphi\mu\delta}{M}$ ͵ηψκγ ις′		$\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$ ͵β ϙ ∠ ις′
Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ $\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$ ͵βρλβ ις′.		ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M° μα ∠.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὰ ͵δχογ ∠ πρὸς ρνγ.

Πάλιν γάρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΕΓ,

r) Bas. κφ.

ἡ ΚΓ πρὸς ΓΛ· ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΚΕ ͵βτλθ δ′ καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ ͵βτλδ δ′καὶ ἔτι μορίου τινὸς· †) συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ,ΕΓ μείζων ἢ *) ͵δχογ ∠. Καί ἐστιν ἡ ΚΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ ∠ πρὸς ρνγ. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ προς ΚΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΛ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ ∠ πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς,

δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, εἰκοστοτέταρτον ἂν εἴη· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὥστε μή *) ἐστί· ταύτης δὲ ἡμίσειά ἐστιν ††) ἡ ὑπὸ

---

†) τινός deest in edit. Basil. G.

s) Suppleo ἢ.

t) Bas. μη pro μή, et ϟς pro ϟς′. W. — et ρϟβ pro ρϟβ′. G.

††) Basil. ἐστί. G.

ΚΕΓ, ϟς' [t]) ἄρα ἐστὶν [u]), ἧς ἡμίσεια οὖσα ἡ ὑπὸ ΔΕΓ, ρϟβ' ἐστί.

Κείσθω οὖν,

φησί,

ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ.

Ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΕΜ, διπλασία οὖσα τῆς ὑπὸ ΔΕΓ, ϟς' ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν. Ὥστε καὶ ἡ ΔΜ πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟς.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ δέδεικται μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ· καί ἐστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ [x]) ἡ ΔΓ, τῆς δὲ ΔΓ ἡ ΔΜ· καὶ ἡ ΔΓ ἄρα πρὸς ΔΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ, δχογ∠ πρὸς ρνγ. Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΔΜ πρὸς ΔΓ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ρνγ πρὸς, ͵δχογ∠. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΜ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἔχοντος ϟς, ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου ἐστὶ $\overset{\alpha}{\text{Μ}}$ ͵δχπη· (ὁ γὰρ ϟς ἐπὶ τὸν ρνγ πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ.) Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς

---

u) Bas. ἐστὶν pro ἐστί. W. — Bas. ἐστί pro ἐστὶν, quod rescribo. G.

x) Bas. διπλῆ.

τὴν ΑΓ διάμετρον ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ ͵δχπη πρὸς ͵δχογ∠. Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει Μ°. χξϛ∠· ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τοῦ ἑβδόμου τῆς διαμέτρου μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· (τὰ γὰρ ἑπταπλάσια τῶν χξϛ ∠, ἅπερ ἐστὶ ͵δχοβ ∠, ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου Μ°. α.) Ἐπεὶ οὖν τὸ πολύγωνον ἔλαττόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχον· ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἔλασσον ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Εἰς τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ γ Θεωρήματος. †)

y) Ἑξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ θεωρήματος φησὶ,

---

†) Suppleo ex sequentibus *Εἰς τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ γ Θεωρήματος.* G.

y) Deleo ante hanc lineam, quod habet codex Basilensis, *εἰς τὸ Δ Θεώρημα·* non enim hic sequitur Theorema quartum; sed tertii pars posterior: ut ex Eutocii proximis verbis liquet.

'Εστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν $A\Gamma$, καὶ τρίτον [z]) ὀρθῆς ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$. *)

Τοῦτο δὲ ἔσται, ἐὰν ἀπὸ τοῦ Γ τῇ [a]) τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ [b]) ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓB ἐπιζεύξωμεν τὴν AB. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ [c]), δίμοιρόν [d]) ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τρίτον. [e])

Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$, τρίτον [f]) δὲ ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$· δίμοιρον [g]) ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$. Ἐὰν ἄρα προσεκβάλλοντες τὴν ΓB ἐπὶ τὸ B, καὶ ἴσην αὐτῇ [h]) ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ

---

z) Bas. τρίτου.

*) Recedit hic Eutocius ab Arch., qui, Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ $A\Gamma$, ἡ δὲ ὑπὸ $BA\Gamma$ τρίτον ὀρθῆς, habet. G.

a) Bas. τῆ, et similiter saepius.

b) Suppleo περιφερείᾳ.

c) Bas. τῶ κέντρω.

d) Bas. διμοίρου.

e) Bas. τῆ περιφερεία τρίτου.

f) Bas. τρίτου.

g) Bas. διμοίρου.

h) Bas. αὐτῆ.

Digitized by Google

Α ἐπιζεύξωμεν, ἰσόπλευρον ἔσται τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον διχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ [i]) ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν οὖν πάλιν λάβωμεν τὴν ΑΓ ‚αφξ, ἔσται ΓΒ ἡ ψπ. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ ἔσται $\overset{σμγ}{\mathrm{M}}$ ‚γχ †), τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ $\overset{ξ}{\mathrm{M}}$ ‚ηυ. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ [k]) ΑΓ, λοιπὸν καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΑΒ $\overset{ρπβ}{\mathrm{M}}$ ‚εσ, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ‚α τνα ἔγγιστα· (περιττεύει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς M°. α.) Διό φησιν,

ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἤπερ ‚α τνα πρὸς ψπ.

Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

i) Bas. διπλῆ.

†) Bas. $\overset{ϛμγ}{\mathrm{M}}$ pro $\overset{σμγ}{\mathrm{M}}$. G.

k) Pro ἀπὸ τοῦ ΑΓ (Bas.) rescribo ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ.

Digitized by Google

ἡ ΑΓ $,\overline{\alpha\varphi\xi}$
ἐπὶ $,\overline{\alpha\varphi\xi}$

$\overset{\rho}{M}\overset{\nu}{M}\overset{\varsigma}{M}$
$\overset{\nu}{M}\overset{\kappa\varepsilon}{M}\overset{\gamma}{M}$

$\overset{\varsigma}{M}\overset{\gamma}{M}\ ,\overline{\gamma\chi}$

$\overset{\sigma\mu\gamma}{M}\ ,\gamma\ \overline{\chi}$

ἡ ΓΒ $\overline{\psi\pi}$
ἐπὶ $\overline{\psi\pi}$

$\overset{\mu\vartheta}{M}$[l]) $\overset{\varepsilon}{M}\ ,\varsigma$
$\overset{\varepsilon}{M}\ ,\varsigma\ ,\varsigma\ \overline{\upsilon}$

$\overset{\xi}{M}\ ,\eta\ \overline{\upsilon}$

$,\alpha\ \overline{\tau\nu\alpha}$
ἐπὶ $,\alpha\ \overline{\tau\nu\alpha}$

$\overset{\rho}{M}\overset{\lambda}{M}\overset{\varepsilon}{M}\ ,\alpha$
$\overset{\lambda}{M}\overset{\vartheta}{M}\overset{\alpha}{M}\ ,\varepsilon\ \overline{\tau}$

$\overset{\varepsilon}{M}\overset{\alpha}{M}\ ,\varepsilon\ ,\beta\ \overline{\varphi\nu}$

$,\alpha\ \overline{\tau\nu\alpha}$

$\overset{\rho\pi\beta}{M}\ ,\varepsilon\sigma\alpha$

ἄν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΒΓ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ[m]), καταλείπονται $\overset{\rho\pi\beta}{M}\ ,\varepsilon\overline{\sigma}$.

περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς $\overset{\circ}{M}$. $\overline{\alpha}$.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΖΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση †) ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ,

---

l) Bas. $\overset{\vartheta}{M}$.

m) ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ pro ἀπὸ τοῦ ΑΓ. (Bas.)

†) Apud Wallis. ἴση deest, quod itaque ex Archimede et edit. Bas. suppleo. G.

Digitized by Google

(ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν·)

ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΑΓ††) ἔστιν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ n) ὑπὸ ΑΓΗ ἔστιν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ.

Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνὰ λόγον εἰσὶν αἱ πλευραὶ, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΓΒ, καὶ ὡς o) συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ.

---

††) Rescribo, sensu postulante, ex Arch. et edit. Bas. *ΗΑΓ* pro *ΑΗΓ*.

n) Bas. λοιπὴ τῇ.

o) Suppleo (ex Archimede) ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ *ΒΑΓ* πρὸς *ΒΓ*.

Digitized by Google

Ἐπεὶ p) γὰρ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ, ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΓ, καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ,ΑΓ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ,ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Καί ἐστιν †) ἡ μὲν ΑΒ ἐλάσσων ἢ ͵ατνα· ἡ δὲ ΑΓ ͵αφξ· ἡ δὲ ΒΓ ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒ,ΑΓ q) πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ. Διὰ οὖν ταῦτα ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ $\overset{\text{ωμξ}}{M}$ ͵γϡκα· τὸ δὲ ἀπὸ ΗΓ $\overset{\text{ξ}}{M}$ ͵ηυ. Καί ἐστιν αὐτοῖς ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. καὶ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ $\overset{\text{ϡη}}{M}$ ͵βτκα r), ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵γιγ ∟ δ' ἔγγιστα· (ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς ἀκριβοῦς δυνάμεως M°. τξη ιϛ'.) Διὰ

---

p) Bas. ἐπί.

†) Bas. ἔστι.

q) Bas. ΑΒ,ΒΓ.

r) Pro $\overset{\text{μ}}{\underset{\text{μ}}{\text{ϡ}}}$ (Bas.), rescribo $\overset{\text{ϡη}}{M}$. W. — In ed. Bas. hic legitur $\overset{\text{ϡη}}{M}$, non autem $\overset{\text{μ}}{\underset{\text{μ}}{\text{ϡ}}}$, ut Wallis notat. G.

Digitized by Google

ταῦτα οὖν φησιν, ὅτι ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γιγ∠δ' πρὸς ψπ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΗ ,βϡια	ὁ ΗΓ ψπ	,γιγ∠δ'
ἐπὶ ,βϡια	ἐπὶ ψπ	ἐπὶ ,γιγ∠δ'
υ ρπ β MMM ,β	μθ ε MM ,ϛ	ϡ γ MM ,θ ,α φψν
ρπ πα MM ,θϡ	ε M ,ϛ ,ϛυ	γ M ρλεβ ∠
β M ,θρι	ξ M ,ηυ	,θλθα∠∠.δ'
,βϡια		,αφϛ †) ∠ δ' η'
ωμξ M ,γϡκα		ψνγ *) δ' η' ιϛ'
		ϡη M ,βχπθ ιϛ'

τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ,ΗΓ ϡη M *) ,βτκα.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M°. τξη ιϛ'.

---

†) Pro ,α φϛ malim ,α φια. G.

*) Pro ψνγ malim ψνβ ∠∠. G.

Digitized by Google

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ.

Διὰ οὖν τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν, καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΑΓ πρὸς ΗΓ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπέκειτο ἡ μὲν ΑΗ ἐλάσσων †) ἢ β ℳ ια, ἡ δὲ ΑΓ ἐλάσσων †) ἤπερ ,γιγ Γ δ'· συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ,ΑΓ ἐλάσσων †) ἐστὶν ἢ ,ε ℳ κδ ∠ δ'. Ἡ δὲ ΗΓ ἔστι ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ s) ΑΓ πρὸς ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ε ℳ κδ ∠ δ' πρὸς ψπ. Ὥστε καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ, ,ε ℳ κδ t) ∠ δ' πρὸς ψπ. Ὥστε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υνε ∠ δ' πρὸς ξ. (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων u) ἐστὶν μέρος ιγ'.) Καὶ, τὰ τούτων τετραπλάσια, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αωκγ πρὸς σμ. Διὰ τοῦτο γάρ φη-

---

†) Rescribo ἐλάσσων pro ἔλασσον. G. —

s) Pro ρα (Bas.) rescribo ηα.

t) Bas. λ pro ℳ.

Digitized by Google

σιν, ὅτι ἑκάτερα ἑκατέρων u) ἐστὶ δ̅ x) ιγʹ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΘ ἔστιν ,αω̅κ̅γ, τὸ ἄρα ἀπ' αὐτῆς ἐστι $\overset{\tau\lambda\beta}{M}$,γ̅τ̅κ̅θ̅ y). Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ σ̅μ̅· καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{\varepsilon}{M}$,ϛ̅χ̅. καί ἐστι τοῖς ἀπὸ ΑΘ,ΘΓ ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἔσται ἄρα $\overset{\tau\lambda\eta}{M}$ϡ̅κ̅θ̅, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,αω̅λ̅η θ̅ ιαʹ z) ἔγγιστα· (τὸ γὰρ ἀπ' αὐτῆς ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. τ̅κ̅γ a) ἐγγύς.) Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αω̅λ̅η θ̅ ιά πρὸς σ̅μ̅. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

u) Bas. ἑκατέρας. —

x) δ̅ ιγʹ pro δʹ ιγʹ (Bas.) h. e. $\frac{4}{13}$ pro $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{13}$.

y) Pro ,γϡ̅κ̅θ̅ (Bas.), rescribo ,γ̅τ̅κ̅θ̅.

z) Bas. ,αω̅λ̅η̅ θʹ ιαʹ W. Voc. ἔγγιστα etiam deest in ed. Bas.

a) Bas. τ̅κ̅α.

Digitized by Google

ἡ ΑΘ ,αωκγ
ἐπὶ ,αωκγ

ρ π β
MMM,γ
π ξδ α
MMM,ϛ,βυ
β α
MM,ϛυξ

,γ,βυξϑ

τλβ
M ,γτκϑ

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ
τλη
ἐστι Mϡκϑ. †)

ἡ ΘΓ σμ
ἐπὶ σμ

δ
M,η

,η,αχ

ε
M,ζχ

,αωλη ϑ ια' b)
ἐπὶ ,αωλη ϑ ια'

ρ π γ ια
MMM,ηωιη β
π ξδ β ια
MMM,δ,ϛυχνδ ϛ
γ β ια
MM,δϡσμκδ ϛ
ια
,η,ϛυσμξδϛ ϛ *)

ια ια
ωιη β χνδ ϛ
ια ια ρκα
κδ ϛ ϛ ϛ πα

τλη ια ρκα
M,ασνα ζ πα,

τλη ρκα
ἢ M,ασνβλζ, ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M°. τκγ ἐγγύς.

τλη
†) In ed. Bas. numerus Mϡκϑ verbo ἐστι praecedit.

b) Columnam ultimam in integrum restituo. Quippe cum, sive ipse Eutocius, sive librarii, numerum $\overline{αωλη}$ ϑ' ια' pro ,αωλη ϑ ια' perperam posuissent, (h. e., 1838 1/9 1/11 pro 1838 9/11) Multiplicationem numero sic perperam intellecto accomodabant, sed et

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ΚΑ.

Πάλιν οὖν διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν, καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ,ΑΓ πρὸς

---

eam multis in locis habemus depravatam, sic (ad eorum mentem) corrigendam. Nempe

͵αωλη ϑ' ιά

ἐπὶ ͵αωλη ϑ' ιά

ρ π γ ιαꞋ

ΜΜΜ ͵ηρ ια ϑ' (∠ ιά) legendum ϑ ι

π ξ δ λβ ϑ — β ϑ ια

ΜΜ (Μ άϛϋπη Μοβη) leg. Μ,δ,ϛυπη η οβ η

γ β — ϑ ια

Μ Μ,δ ℳ σμγ γ β (ια) leg. η

ϑ ια

͵η,ϛυσμξδ η η

ϑ ϑ.ϑ ϑ ϑ

ριαϑ' πη η (γ γ γ η π α,ϛϑ') leg. γ γ η πά ϑ ϑ'

ια ια

(ϛ ιά ο β η α) leg. ϑ ι οβ η

η α — ια ια

(β αί η ϛ ϑ ρ κ α) leg. β η η ϑ' ρκά

τλη τλη

(Μ ͵α σ ν α γ ο ε ρ ε γ γ υ σ) leg. Μ ͵ασνα ἐγγύς.

Digitized by Google

ΓΘ, ἡ ΑΚ πρὸς ΚΙ'. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ

H. e. secundum notationem nostram

$1838\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{11}$
$1838\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{11}$

1 . . . . . .
8 . . . . .
3 . . . .
8 . . .
$111\frac{1}{9}$
$90\frac{10}{11}$
8 . . . . .
64 . . . .
24 . . .
64 . .
$88\frac{8}{9}$
$72\frac{8}{11}$
3 . . . .
24 . . .
9 . .
24 .
$3\frac{3}{9}$
$2\frac{8}{11}$
8 . . .
64 . .
24 .
$64\frac{8}{9}\frac{8}{11}$
$111\frac{1}{9}$
$88\frac{8}{9}$
$3\frac{3}{9}\ \frac{8}{9}\ \frac{1}{81}\ \frac{1}{99}$
$90\frac{10}{11}$
$72\frac{8}{11}$
$2\frac{8}{11}\ \frac{8}{11}\ \frac{1}{99}\ \frac{1}{121}$

Qu. 3381251 proxime.

Manifestum utique est (ex productis partialibus)

Digitized by Google

ΘΑ,ΑΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ,γχξα $\overline{\vartheta}$ ιά [c]). (ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘΑ ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ [d]) ,αωκγ· ἡ δὲ ΑΓ ἐλλάσσων ἢ [d]) ,αωλη $\overline{\vartheta}$ ιά· [e]) ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ σμ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΑ,ΑΓ, πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα $\overline{\vartheta}$ ιά [e]) πρὸς σμ· ὥςτε καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα $\overline{\vartheta}$ ιά [e])

---

numerum quem hic in se multiplicatum ibant, fuisse 1838 $\frac{1}{9}\,\frac{1}{11}$: cujus quadratum est 3378986 $\frac{4}{9}\,\frac{2}{11}\,\frac{1}{81}\,\frac{2}{99}\,\frac{1}{121}$. Cum vero, pro hoc, substituant 3381251 proxime; dicantque hunc numerum justo majorem esse, unitatibus 321 proxime: manifestum est, numerum, qui fuerat multiplicandus, fuisse 1838 $\frac{9}{11}$; qui in se ductus facit 3381251 $\frac{7}{11}\,\frac{81}{121}$ (h. e. $\overset{\tau\lambda\eta}{M}$,ασνα ἐγγύς.) seu 3381252 $\frac{87}{121}$: justumque superat unitatibus 323 proxime. Locum depravatum credo a sciolo quodam, qui pro numero fracto $\overline{\vartheta}$ ιά (h. e. $\frac{9}{11}$) perperam intelligens ϑ' ιά (h. e. $\frac{1}{9}\,\frac{1}{11}$) huic multiplicationem accomodavit. Ego integrum sic restituo, ut in textu vides. —

*) Pro $\overline{\eta\ ,\varsigma\upsilon\sigma\mu\xi\delta}\ \overset{\iota\alpha}{\varsigma}$ (ed. Bas. et Wallis) scribo sensu postulante $\overline{\eta\ ,\varsigma\upsilon\sigma\mu\xi\delta\varsigma}\ \overset{\iota\alpha}{\varsigma}$, i. e. 14710 $\frac{6}{11}$ pro 14704 $\frac{6}{11}$. G. —

c) Bas. ,γ χξαϑ ι α΄. —

d) Suppleo ἐλάσσων ἤ. —

e) Bas. ϑ' ιά. —

Digitized by Google

πρὸς σμ. Καὶ ἐπεὶ [f]) τῶν μὲν ,γχξα ϑ ιά [*]) τὸ ια μ′ [g]) ἔστι ,αζ· τῶν δὲ σμ, ξς· ἡ ΑΚ ἄρα πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ †) ,αζ πρὸς ξς· Καί ἐστι τὸ μὲν ἀπὸ ΑΚ $\overset{\rho\alpha}{M}$,δμϑ· τὸ δὲ ἀπὸ ΚΓ ,δτνς· οἷς ἴσον ὂν τὸ ἀπὸ ΑΓ ἔστι $\overset{\rho\alpha}{M}$,ηυε· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,αϑ ς′ ἔγγιστα· (ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς Μ°. ιβ γ′ λς′. [h]) Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ, ,αϑς′ πρὸς ξς. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

f) Bas. ἐπί. —

g) Pro (Bas.) τὸ ια′ καὶ μ′ (h. e. $^{1}/_{11}$ et $^{1}/_{40}$) restituo τὸ ια μ′, h. e. $^{11}/_{40}$. —

†) Pro ἢ (Wallis) rescribo ex edit. Basil. ἤπερ· —

h) Suppleo ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς Μ°. ιβ γ′ λς′.

ἡ ΑΚ ,αζ	ἡ ΚΓ ξς	,αϑ ς'
ἐπὶ ,αζ	ἐπὶ ξς	ἐπὶ ,αϑ ς'
$\overset{\rho}{M}$,ζ	,γχτξ	$\overset{\rho}{M}$,ϑρξς ∠ς'
,ζμϑ	τξλς	,ϑπαα ∠ i)
$\overset{\rho\alpha}{M}$,δμϑ	,δτνς	ρξς∠ς' α∟λς' †)
		$\overset{\rho\alpha}{M}$,ηυιζ γ' λς'

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ k) ΑΓ ἔστι $\overset{\rho\alpha}{M}$,ηυε. ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ιβ γ' λς'. l)

"Ετι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ.

Διά τὰ αὐτὰ δή ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΑ,ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΑΛ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΑΚ ἐλάσσων *) ἢ ,αζ· ἡ δὲ ΑΓ ἐλασσων *) ἢ ,αϑ ς'· ἡ δὲ ΚΓ ξς. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΑ,ΑΓ πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει,

i) Bas. ϑπαας. —

†) Bas. ρξςζ.ς.α∟λ' ς. —

k) Bas. τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$. W. — In ed. Bas. fere ubique legitur τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$ pro τὸ ἀπό. G.

l) Pro ιβ. γλ' ς. (Bas.) rescribo ιβ γ' λς'.

*) Pro ἔλασσον rescribo ἐλάσσων.

Digitized by Google

ἤπερ ,βιϛϛ΄ πρὸς ξϛ, καὶ ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς ΑΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βις ϛ΄, πρὸς ξϛ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΛ ὑπόκειται ,βις ϛ΄, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{υϛ}{\text{M}}$,δϡκη λϛ΄· ἡ δὲ ΑΓ ξϛ, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,δτνϛ· ἴσον δὲ αὐτοῖς ἐστι τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἔσται ἄρα $\overset{υϛ}{\text{M}}$,θσπδ λϛ΄, ὧν πλευρὰ τετραγωνική ἐστι ,βιζ δ΄ ἔγγιστα· (ὑπερέχει τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ιγ∠κθ΄ m)). Ὥςτε ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιζ δ΄ πρὸς ξϛ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

m) Pro ιγ ϛ΄ κ΄ (Bas.) lego ιγ∠κθ΄.

Digitized by Google

ἡ ΑΛ ,β ιϛ ϛ'	ἡ ΑΓ ξϛ	,βιζ δ'
ἐπὶ ,β ιϛ ϛ'	ἐπὶ ξϛ	ἐπὶ ,βιζ δ'
$\overset{\upsilon}{M}\overset{\beta}{M}\overset{\alpha}{M}$,βτλγ γ' n)	,γχτξ	$\overset{\upsilon}{M}\overset{\beta}{M}\overset{\alpha}{M}$,δφ
$\overset{\beta}{M}$ ρ ξα ∠ ϛ'	τξλϛ	$\overset{\beta}{M}$ ροβ ∟
$\overset{\alpha}{M}$,βξλϛα	,δτνϛ	$\overset{\alpha}{M}$,δομθα ∠ δ'
τλγγ' α ∠ ϛ' αλϛ'		φβ ∟ α ∠ δ' ιϛ'
$\overset{\upsilon\varsigma}{M}$,δϡκη λϛ'		$\overset{\upsilon\varsigma}{M}$,θσ ϟζ ∠ ιϛ' o)

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ p) ΑΓ ἔστι $\overset{\upsilon\varsigma}{M}$,θσπδ λϛ'

περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς M°. ιγ ∠ κθ'. q)

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιζ δ' πρὸς ξϛ· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΑΓ

---

n) Pro β τλρ γ' (Bas.) lego ,βτλγ γ'.

o) Suppleo $\overset{\upsilon\varsigma}{M}$.

p) Pro τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$ (Bas.) rescribo τὸ ἀπό.

q) κθ' pro κ' (Bas,)

r) Suppleo πρὸς ΓΛ.

Digitized by Google

πρὸς ΓΑ') μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἐ̅ς̅ πρὸς[s]) ,β̅ι̅ζ̅ δ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια ἕκτον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ ΗΓ ἄρα ιβ' μέρος ἐστίν, ἡ δὲ ΘΓ κδ'[t]), ἡ δὲ ΚΓ μη', ἡ δὲ ΛΓ ϙς'[u]). Ὥστε ἡ ΛΓ εὐθεῖα πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ϙ̅ς̅[x]) πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐστιν ἡ ΛΓ ἐ̅ς̅. Ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος πρὸς τὴν τοῦ κύκλυ διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ς τ̅λ̅ς̅ πρὸς ,β̅ι̅ζ̅ δ'. Ταῦτα δέ ἐστι τριπλάσια, καὶ ἔτ[ι] ὑπε[ρ]-έχει σ̅π̅δ̅ δ', ἅπερ ἐλάττονά †) ἐστι δέκα ἑβδομηκοστομόνων, ὅ ἐστι Μ°. κ̅ζ̅ ∟ς' [y]) ἔγγιστα· τὰ δὲ δεκαπλάσια τούτων σ̅ο̅ζ̅. [y]) Πολλῷ ἄρα ἡ

s) Pro (Bas.) ἐ̅ς̅ πρὸς ἐ̅ς̅ πρὸς (deleto altero) lego, ἐ̅ς̅ πρὸς.

t) Pro κ̅δ̅ (Bas.) — rescribo κδ'. —

u) ϙς' pro ϙ̅ς̅ (Bas.) —

x) Pro ϙς' πλευρὰς, lego ϙ̅ς̅ πλευρὰς.

†) Hic locus omnino est depravatus. Ego quidem pro ἐλάττονα, sensu postulante, legendum puto μείζονα, et infra οα' ἐστι Μ°. κ̅η̅ β̅ ι̅ ἔγγιστα· τὰ δὲ δεκαπλάσια τούτων σ̅π̅δ̅ ἡ ἔγγιστα. h. e. $\frac{2017\frac{1}{4}}{71} =$ $28\frac{2}{5}$ proxime ($= 28\frac{117}{284}$ exacte), et decuplum hujus $= 284\frac{1}{6}$ proxime ($= 284\frac{17}{142}$ exacte). G.

y) Pro κ̅ζ̅ ∟ς' scribendum erat κ̅η̅ β̅ ι̅; et pro σ̅ο̅ζ̅ scribendum erat, σ̅π̅δ̅; sunt itaque duo lapsus calculi. —

Digitized by Google

τοῦ κύκλου περιφέρεια μείζων ἐστὶν *) ἢ τριπλασία καὶ δέκα ἑβδομηκοστόμονα.

Ὡς μὲν οὖν ἐνεχώρει, οἱ παρ' αὐτοῦ εἰρημένοι ἀριθμοὶ μετρίως ἐσαφηνίσθησαν. z)

Ἰστέον δὲ, ὅτι καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ Ὠκυτοβόῳ ἀπέδειξεν αὐτὸ δι' ἀριθμῶν ἑτέρων, ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγάγων. Τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ, οὐ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν. Ἔφαμεν γὰρ αὐτὸν σκοπὸν ἔχειν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ, τὸ σύνεγγυς εὑρεῖν διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας. Ὥστε οὐδὲ Πόρος ὁ Νικαεὺς εὔκαιρον εὑρηθήσεται a) μέμψιν ἐπάγων Ἀρχιμήδει, ὡς μὴ ἀκριβῶς εὑρόντι, ποίᾳ εὐθείᾳ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Ἐξ ὧν αὐτὸς ἐν τοῖς Κηρίοις φησί, τὸν ἑαυτοῦ διδάσκαλον, Φίλωνα b) λέγων τὸν ἀπὸ Γαδάρων, εἰς ἀκριβεστέρους ἀριθμοὺς ἀγαγεῖν, τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους εἰρημένων, τοῦ τε $\overline{\zeta}$ φημὶ καὶ τῶν κβ. c) Ἅπαντες γὰρ ἐφεξῆς φαίνονται τὸν σκοπὸν αὐτοῦ ἠγνοηκότες κέχρηνται δὲ καὶ

*) Bas. ἐστί. —

z) Ἐσαφηνίσθησαν rescribo pro ἐσαφηνίστησαν. —

a) Bas. εὑρεθήσεται.

b) Pro φίλονα (Bas.) rescribo Φίλωνα.

c) $\overline{\kappa\beta}$ repono, pro ιθ' (Bas.), quod perperam irrepserat.

Digitized by Google

τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς, οἷς οὐκ εὔκολον παρακολουθεῖν, τὸν μὴ διὰ τῶν Μάγνου Λογιϛικῶν ἠγμένον. Εἰ δέ τις ὅλως ἐβούλετο εἰς ἔλαττον αὐτὸ καταγαγεῖν, ἐχρῆν τοῖς ἐν τῇ Μαθηματικῇ Συντάξει τοῦ †) Κλαυδίου Πτολεμαίου εἰρημένοις ἀκολουθοῦντα, διὰ τῶν μοιρῶν καὶ λεπτῶν, καὶ τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν τοῦτο ποιεῖν· καὶ πεποιήκειν d) ἂν ἐγὼ τοῦτο, εἰ μὴ, ὅπερ πολλάκις εἶπον, ἐνενόουν, ὡς οὔτε ἀκριβῶς δυνατὸν, διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων, εὑρεῖν, τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. Καὶ εἴ τις τὸ σύνεγγυς καὶ παρὰ μικρὸν προσέχοι, ἀρκεῖ τὰ ὑπ' Ἀρχιμήδους ἐνταῦθα εἰρημένα.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα εἰς τὴν Ἀρχιμήδους Κύκλου Μέτρησιν, Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

---

†) τοῦ, quod Wallis omisit, ex ed. Basil. repono.

d) πεποιήκειν retineo. Vide tamen an non potius reponendum sit ἐπεποιήκειν.

Digitized by Google

Kommentar
des
Eutokius von Aſkalon
zu der
Kreis-Meſſung
des
Archimedes.

Digitized by Google

Digitized by Google

Kommentar
des Eutokius von Aſkalon
zu der Kreis-Meſſung des Archimedes.

Das Nächſte für mich iſt wohl, wenn ich mein Ziel erreichen will, indem ich auf deutlichere und daher ſolche vom Archimedes behandelte Gegenſtände, die nur einer kürzern Erklärung bedurften, geſtoßen bin, auch alles, was eine genauere Auseinanderſetzung fordert, ſo wie ich im Stande bin, fortlaufend mit dem zu bearbeiten, was ich früher über das Werk von der Kugel und Walze [1]) niedergeſchrieben habe, — und da nun der allerdings billigenswerthe Wunſch geäußert wurde, auch den wichtigeren und daher mehr Sorgfalt erfordernden Gegenſtänden meine Aufmerkſamkeit zu widmen; [2]) ſo ſoll ſich denn an das Vorausgegangene zunächſt jenes Werkchen des Archimedes anſchließen, welches die Ueberſchrift **Kreis-Meſſung**

---

1) Eutokius bezieht ſich hier auf ſeinen ſchon früher über das aus zwei Büchern beſtehende und noch vorhandene Werk des Archimedes *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου* geſchriebenen Kommentar, den wir ebenfalls noch beſitzen.

2) Nach *ἐπιστῆναι* ſetzt Wallis (.), macht einen Abſatz, und

trágt, und bei welchem wir die Abſicht dieſes Mannes ſchon aus der Ueberſchrift erkennen.

Denn er will beweiſen:

welchem von geraden Linien eingeſchloſſenen Raume ein Kreis gleich iſt,

ein Gegenſtand, mit deſſen Unterſuchung ſich ſchon lange vor ihm berühmte Philoſophen beſchäftigt haben. Denn es iſt bekannt, daß der Gegenſtand der Unterſuchung kein anderer iſt, als der, um deſſen Auffindung ſich Hippokrates von Chios [3] und Anti-

überſetzt alſo: Ea siquidem vere digna est, quae sequatur commentatio, quae de majoribus est, pleniorемque considerationem merentibus. — Jam autem traditum, proxime sequitur, Libellus ab Archimede conscriptus, Titulum inscriptum habens, Circuli Dimensionem. In der der Basler Ausgabe beigefügten Ueberſetzung wird ἔχῃς in der Bedeutung von εὐχῆς genommen, und ſo überſetzt: Cum votum sane dignum obtigerit, ut et majoribus, et quibus ampliori cura opus erit, nobis sit insistendum: erit utique et caet. Auch ich nehme ἔχῃς in der Bedeutung εὐχῆς, und laſſe mit εἴη δ' ἄν den Nachſatz beginnen, geſtehe aber offen, daß ich noch ſo manche Bedenklichkeit über dieſen Satz habe.

3) Hippokrates aus Chios lebte um 400 vor Chriſtus. Proklus (L. II. ad Euclid. p. 19. ed. Bas.) gedenkt ſeiner unter andern Mathematikern auf eine rühmliche

phon [4] eifrig bemüht haben, obgleich ſie uns nur jene Trugſchlüſſe auffanden, welche, wie ich glaube,

---

Weiſe, indem er ſagt: ἐφ' οἷς Ἱπποκράτης ὁ Χῖος, ὁ τὸν τοῦ μηνίσκου τετραγωνισμὸν εὑρὼν, καὶ Θεώδωρος ὁ Κυρηναῖος ἐγένοντο περὶ γεωμετρίαν ἐπιφανεῖς· πρῶτος γὰρ ὁ Ἱπποκράτης τῶν μνημονευομένων (Bas. ωμένων) καὶ στοιχεῖα (Bas. στοίχεια) συνέγραψε. Cf. Procl. L. III. ad Euclid. p. 59. Von dieſen Anfangsgründen der Geometrie iſt jedoch nichts mehr vorhanden. Seinen Verſuch, den Kreis mit Hilfe der Lunele zu quadriren, τετραγωνισμὸς διὰ τῶν μηνίσκων, tadelt Ariſtoteles (de repreh. Soph. L. I. c. 10.), weil er auf Trugſchlüſſen beruhe. Auch mit Aſtronomie ſcheint ſich H. beſchäftigt zu haben; denn bei Aristot. Meteor. L. I. c. 6. finden wir ſeine und ſeines Schülers Aeſchylus Anſicht über die Kometen. So ſehr er ſich übrigens in der Mathematik auszeichnete, ſo einfältig und lächerlich benahm er ſich nach Aristot. Ethic. ad Eu l. VII. 14. im Uebrigen, denn hier heißt es von ihm: Ἱπποκράτης γεωμετρικὸς ὢν, ἀλλὰ περὶ τὰ ἄλλα δοκεῖ βλὰξ καὶ ἄφρων εἶναι, καὶ πολὺ χρυσίον πλέον ἀπώλεσεν ὑπὸ τῶν ἐν Βυζαντίῳ πεντηκοστολόγων, δι' ἀήθειαν, ὡς λέγουσιν. Hippokrates war ein Anhänger der Pythagoriſchen Sekte, wurde aber nach einem Zeugniſſe des Jamblichius de philos. Pythag. L. III. welches Fabricius Bibl. gr. L. II. c. 13. p. 492 anführt, von derſelben ausgeſchloſſen, weil er ſeinen Unterricht in der Geometrie um Geld ertheilte.

4) Ueber die nähern Lebensumſtände Antiphons finde ich

jene genau kennen werden, die des Eudemus Geſchichte der Geometrie [5] geleſen haben, und die ariſtoteliſchen Kerien [6] beſitzen.

---

durchaus keine Nachricht. Seines τετραγωνισμός erwähnt Ariſtoteles Phys. L. I. c. 2. de repreh. Soph. L. I. c. 10. Auch ſoll Antiphon vom Urſprunge aller Dinge γενέσει πάντων geſchrieben haben. Vergl. Aristot. Physic. L. II. c 1.

5) Eudemus von Rhodus, einer der ausgezeichneteſten Schüler des Ariſtoteles, den einige für den Verf. der dem Ariſtot. beigelegten ἠθικῶν εὐδημείων l. VII. halten, machte ſich durch mehrere Schriften, ſowohl philoſophiſchen (Cf. Fabr. Bibl. gr L. III. c. 11. p. 300) als hiſtoriſch = mathematiſchen Inhaltes, die aber nicht auf uns gekommen ſind, berühmt. Zu den letzteren gehören 1) ſeine Geſchichte der Arithmetik, (Cf. Prophyrii comment. in Harmon. Ptolomaei. p. 288. Vol. III. opp. math. Joh. Wallis.) 2) Die Geſchichte der Geometrie, derer Eutokius hier gedenkt, (Cf. Proclus ad Euclid. p. 79, 87, 92, 99, 109. ed. Basil.) und 3) die Geſchichte der Aſtrologie. (Cf. Diog. Laert. prooem. n. 6. — L. I. c. 1. n. 2. ſo wie das Fragment des Anatolius, welches Fabr. B. gr. L. III. c. 11. p. 277. aushebt.) Dieſe Werke, deren Verluſt wir nur bedauern können, waren, nach den wenigen Ueberbleibſeln zu urtheilen, mit der größten Genauigkeit abgefaßt, und würden uns über manchen wiſſenswerthen Punkt Aufſchluß geben.

6) Κηρια, eines der verloren gegangenen Werke des Ari-

Digitized by Google

Allein vorliegendes Werkchen iſt, wie Herakleides [7] in dem Leben des Archimedes ſagt, für die Anwendung im Leben von weſentlichem Nutzen; denn es zeigt, daß die Peripherie des Kreiſes gleich iſt dem Dreifachen des Durchmeſſers und einem

ſtoteles (384 — 322 v. Chr.), über deſſen Inhalt ſich nichts mit Beſtimmtheit angeben läßt. Vergl. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 7. und Wallis zu dieſer Stelle Anmerkung g).

7) Herakleides mit dem Beinamen Ponticus major, auch Lembus genannt (S. Diog. Laert. L. V. c. VI. n. 8.), Verfaſſer mehrerer nicht mehr vorhandener Werke, ſchrieb unter andern *Τῶν τοῦ Σατύρου βίων ἐπιτομή*, worin nach Meurſius (ſ. deſſen Abhandlung: De Heraclide aliisque nominis, et eorum operibus, welche ſich in dem Thesaur. graec. antiquit. a Gronovio ed. Vol. X. p. 604—620 befindet,) das Leben des Archimedes enthalten war. „Ex hoc *Bios Ἀρχιμήδους*, ſagt daher Meurſius a. a. O. S. 609. fuerit, qui Eutocio memoratur.... Itaque corrigendus idem in *Commentario ad Apollonii Pergaei Conic.* lib. 1. *Apollo* (ut habet Commandiui versio) *Geometra, Anthemi sodalis charissime, natus est Pergae, quae Pamphyliae civitas est, tempore Ptolomaei Euergetae, ut tradit Heraclides in Archimidis vita.* Hodie editur, *ut tradit Heraclius.* Nempe in Graeco exemplari Ἡράκλειος exaratum fuerit, cum deberet Ἡρακλείδης.'

Theile deſſelben, welcher kleiner iſt als $1/7$ und größer als $10/71$.

Dieſes alſo, ſagt er, ſei ziemlich genau bewieſen worden, und Archimedes habe mit Hilfe einiger Spirallinien eine gerade Linie gefunden, welche der gegebenen Peripherie eines Kreiſes gleich wäre.[8)]

Zum erſten Lehrſatze.

Der erſte Lehrſatz ſcheint denen, die nur einige Fortſchritte in der Mathematik gemacht haben, keinem Zweifel unterworfen zu ſein, da die Worte des Archimedes ſelbſt deutlich genug ſind, und die Schlußfolge auf den Vorderſatz ohne Sprung zurückführen.

Es kann aber das Anſehen haben, als habe er in dem Beweiſe von einem Punkte, der noch nicht bewieſen iſt, einen unrichtigen Gebrauch gemacht; denn, indem er die Beſchaffenheit des rechtwinkligen Dreieckes angiebt, ſagt er:[9)]

---

8) S. Archimedes über die Spirallinien Satz 18 und 19. — Käſtners Geſchichte der Mathem. 1 Thl. S. 477 folg. und 488 folg.

9) Eutokius hebt hier nicht wörtlich die Stelle des Arch. aus, ſondern nur dem Sinne nach, doch ſo, daß er ſich blos ſolcher Worte bedient, deren ſich Arch. ſelbſt bedient hat.

Digitized by Google

„Die eine der den rechten Winkel einſchlie= ßenden Seiten ſoll gleich ſein dem Halb= meſſer des Kreiſes, die andere der Peri= pherie desſelben.“

Allein wie man jene gerade Linie erhält, die gleich iſt der Peripherie des Kreiſes, hat bisher weder er, noch ein anderer bewieſen, [10] und doch muß man leicht einſehen, daß Archimedes nichts Ungereimtes niedergeſchrieben hat. Denn, daß die Peripherie des Kreiſes eine Größe ſein müſſe, iſt keinem Zweifel unterworfen, und zwar, wie ich glaube, eine ſolche, die nur eine Ausdehnung hat. Auch eine gerade Linie iſt von derſelben Beſchaffenheit, und ob man gleich noch nicht wußte, wie man die Peripherie des Krei= ſes in eine ihr gleiche gerade Linie umwandeln könnte; ſo hat doch noch Niemand daran gezweifelt, daß es wirklich eine gerade Linie gebe, welche der Peripherie gleich ſei. Die Annahme des Archimedes iſt aber folgende:

daß jedes rechtwinklige Dreieck, in welchem die Seiten die genannte Beſchaffenheit ha= ben, gleich iſt einem Kreiſe;

---

10) Widerſpricht dieß nicht dem, was Eutokius kurz vor= her am Ende ſeiner Einleitung geſagt hat? Vergl. Anmerk. 8.

Digitized by Google

ſonach kann man auch nicht behaupten, daß er in ſeiner Vorausſetzung von irgend einem Punkte einen unrichtigen Gebrauch gemacht habe; er verdient vielmehr Bewunderung, weil er dieſen ſo überaus ſchwierigen Unterſuchungen eine ſo deutliche und leichte Auflöſung beigefügt hat. Aber wie geſagt, der erſte Lehrſatz unterliegt keinem Zweifel.

Denn daß das Dreieck POR (Fig. I.) größer iſt als die Hälfte der Figur AZOM, und daß man auf eine ganz einfache Weiſe um einen gegebenen Kreis eine geradlinige Figur ſo zeichnen kann, daß die Abſchnitte, welche zwiſchen den Bogen des Kreiſes, und den Seiten der um den Kreis gezeichneten geradlinigen Figur liegen, kleiner ſind als ein gegebener Raum, iſt deutlich in unſern Anmerkungen zum erſten Buche über die Kugel und Walze auseinandergeſetzt worden.

Zum dritten Lehrſatze. (Fig. III.)

In dieſem Lehrſatze wird es uns beſtändig zur Aufgabe gemacht, von einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel zu finden. Dieſe läßt ſich aber bei einer Zahl, die kein vollkommenes Quadrat iſt, unmöglich genau finden. Denn wird eine Zahl mit ſich ſelbſt multiplizirt; ſo erhalten wir ihr Quadrat; wird aber eine Zahl und ein Theil von ihr mit ſich ſelbſt multiplizirt; ſo kann keine ganze Zahl, ſondern nur wieder ein Theil entſtehen. Wie man aber die

Quadratwurzel, die einer gegebenen Zahl ſehr nahe kommt, finden könne, iſt von Hero in ſeinen Μετρικοῖς [11]) gezeigt worden, eben ſo von Pappus, Theon [12]) und mehreren andern, welche die Μεγάλη

---

11) Hero von Alexandrien, Schüler des Mechanikers Kteſibius, der zu den Zeiten des Ptolemäus Philadelphus und des Euergetes I. zu Alexandrien (120 v. Chr.) lebte, und ausgezeichneter Mechaniker, war ein Anhänger der epikuriſchen Philoſophie, und ſchrieb viele Werke, von denen wir aber nur noch folg. beſitzen: 1) Χειροβαλλίστρας κατασκευὴ καὶ συμμετρία, de constructione et mensura manubalistae. Frag. 2) Barulcus sive de oneribus trahendis l. III. 3) Βελοποιητικά, de telis conficiendis jaculandisque liber. 4) Πνευματικά, Spiritalia. 5) Περὶ αὐτοματοποιητικῶν, de automatorum fabrica l. II. 6) Eine Dioptrik, wovon ſich der Kodex in der Wiener Bibliothek befindet. Frag. Zu den verlornen Werken Heros gehören auch die hier genannten Μετρικά. S. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 24. p. 591—93. Käſtners Geſch. der Math. 2 Thl. S. 135—138. u. 146—148.

12) Ueber die Zeit, in welcher Pappus und Theon lebten, und über ihr Vaterland ſagt Suidas in dem Artikel Πάππος Folgendes: Πάππος, Ἀλεξανδρεύς, φιλόσοφος, γεγονὼς κατὰ τὸν πρεσβύτερον βασιλέα Θεοδόσιον, ὅτε καὶ Θέων ὁ φιλόσοφος ἤκμαζεν; und unter Θέων heißt es: Θέων ὁ ἐκ τοῦ Μουσείου,

Digitized by Google

Σύνταξις des Klaudius Ptolemäus [13] kommentirt haben. Daher iſt es nicht nöthig, Unterſuchungen über dieſen Gegenſtand anzuſtellen, da Freunde der Mathematik bei jenen darüber nachleſen können.

Αἰγύπτιος φιλόσοφος, σύγχρονος δὲ Πάππῳ τῷ φιλοσόφῳ, καὶ αὐτῷ Ἀλεξανδρεῖ· ἐτύγχανον δὲ ἀμφότεροι ἐπὶ Θεοδοσίου βασιλέως τοῦ πρεσβυτέρου. Beide lebten ſonach in der letzten Hälfte des 4ten Jahrhunderts n. Chr. Ueber die Werke, welche Pappus geſchrieben, ſagt Suidas a. a. O. βιβλία δὲ αὐτοῦ· χωρογραφία οἰκουμενική, (eine Chorographie der bewohnten Erde) εἰς τὰ τέσσαρα βιβλία τῆς Πτολεμαίου μεγάλης συντάξεως ὑπόμνημα, (auf dieſen Kommentar bezieht ſich hier Eutokius; wir beſitzen aber nur noch einen Kommentar zu einem Theile des 5ten Buches.) ποταμοὺς τοὺς ἐν Λιβύῃ· ὀνειροκριτικά. Das vorzüglichſte Werk des Pappus, deſſen Suidas aber nicht gedenkt, ſind die Mathematicae collectiones. l.VIII., von denen das 1te Buch und die 14 erſten Sätze des 2ten B. fehlen. Ueber die literäriſchen Arbeiten Theons drückt ſich Suidas a. a. O. alſo aus: ἔγραψε μαθηματικά, ἀριθμητικά, περὶ σημείων καὶ σκοπῆς ὀρνέων, καὶ τῆς τῶν κοράκων φωνῆς, περὶ τῆς τοῦ κυνὸς ἐπιτολῆς, περὶ τῆς τοῦ Νείλου ἀναβάσεως, εἰς τὸν Πτολεμαίου πρόχειρον κάνονα, καὶ εἰς τὸν μικρὸν ἀστρόλαβον ὑπόμνημα. Cf. Fabr. Bibl. gr. p. 203—221. Eutokius gedenkt des Theon und Pappus auch in ſeinem Comment. ad Arch. l. II. de sph. et cyl. p. 28. ed. Basil.

13) Das hier genannte Werk des Ptolemäus jenes gro=

Digitized by Google

Und der Winkel ZEC ſei gleich dem dritten Theile eines rechten.

Denn wenn wir die Peripherie eines (regelmäßigen) Sechseckes halbiren, davon die Hälfte nebſt dem dritten Theile [14] (der ganzen Hälfte des Sechseckes) hinwegnehmen, und die Punkte E und Z durch eine gerade Linie verbinden; ſo wird der Winkel CEZ

ßen Aſtronomen und Geographen, beſitzen wir noch. Suidas nennt es μέγας ἀστρόνομος. Ptol. der in der Mitte des 2ten Jahrh. n. Chr. lebte, war aus Peluſium in Aegypten, wurde aber wegen ſeines Aufenthaltes in Alexandria gewöhnlich der Alexandrier genannt. Von ſeinen Werken beſitzen wir noch zehn. Cf. Fabr. Bibl. gr. L. IV. c. 14. p. 411. seq.

14) Ich bleibe bei der Leſeart πρὸς τῷ τρίτῳ scil. μέρει τῆς περιφερείας ἡμισείας, welche einen weit anſchaulicheren und beſſeren Sinn zu geben ſcheint, als πρὸς τῷ Γ. — Eben ſo überſetze ich auch weiter unten nach der Leſeart πρὸς τὸ γ, die leider oft nur zu ſehr vernachläßigte Regel der Conjekturalkritik im Auge habend, daß man nie von der urſprünglichen Leſeart abgehen ſoll, wenn kein dringender Grund vorhanden iſt. Wallis nimmt das Wort περιφέρεια für eine Seite des Sechseckes, und überſetzt: Nempe si bisecto arcu Hexagoni, sumtoque ejus semisse qui est ad γ, jungamus εζ rectam etc. Hier iſt περιφέρεια für den ganzen Perimeter des Sechseckes genommen.

Digitized by Google

der dritte Theil eines rechten ſein. Denn nimmt man gegen C zu einen Theil der Peripherie hinweg, welcher die Hälfte der Seite eines Sechseckes iſt, ſo iſt dieſer der zwölfte Theil eines Kreiſes; ſonach iſt auch der Winkel CEZ, deſſen Scheitel am Mittelpunkte ſich befindet, der zwölfte Theil von den 4 (um den Mittelpunkt liegenden) rechten Winkeln, folglich der dritte Theil eines rechten Winkels.

Sonach verhält ſich EZ : ZC = 306 : 153. Daß EZ das Doppelte von ZC iſt, geht daraus hervor: wenn wir nehmlich die Linie ZC gegen M zu verlängern, eine ihr gleiche Linie abſchneiden, und den Endpunkt derſelben (m) [15] mit E verbinden; ſo wird der Winkel (bei m) gleich ſein $\frac{2}{3}$ eines rechten. Es iſt nun aber auch der Winkel bei E gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten,[16] ſonach iſt auch der Winkel bei Z gleich $\frac{2}{3}$ [17]. Das Dreieck CEZ iſt ſonach die Hälfte eines gleichſeitigen Dreieckes, und weil nun die Grund-

---

15) Der punktirte Theil der Fig. III. MmE, der blos der leichtern Anſchauung wegen beigefügt wurde, findet ſich im Orginale nicht.

16) Denn im Vorigen wurde bewieſen daß $\angle$ CEZ=$\frac{1}{3}$ R iſt, folglich iſt der Winkel ZEm als das Doppelte von CEZ = $\frac{2}{3}$ R.

17) S. Eucl. El. L. I. Prop. 32. . . . . *καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

linie des gleichſeitigen Dreieckes, gleich EZ, im Punkte C halbirt iſt; ſo iſt EZ das Doppelte von CZ.

..... aber EC : CZ > 265 : 153.

Denn da EZ als 306 angenommen wurde; ſo wird, wenn wir dieſe Zahl mit ſich ſelbſt multipliziren, 93636 zum Vorſcheine kommen, und da CZ für 153 gilt; ſo wird das Quadrat von dieſer gleich 23409 ſein. Weil nun das Quadrat von EZ gleich iſt den beiden Quadraten von EC und CZ zuſammengenommen;[18] ſo wird, wenn wir von dem Quadrate von EZ, welches gleich iſt 93636, das Quadrat von CZ, welches gleich 23409 iſt, abziehen, das Quadrat von EC übrig bleiben, welches gleich 70227 iſt, deſſen Wurzel 265 und noch einen ſehr kleinen und faſt unbemerkbaren Theil gibt. Denn das Quadrat von 265 iſt um 2 Einheiten kleiner, als das vollkommene Quadrat (von EC). Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

---

18) S. Eucl. El. L. I. Prop. 47. Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις. „In jedem rechtwinkligen Triangel iſt das Quadrat der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite den Quadraten der ihn einſchließenden Seiten gleich.“ Lorenz.

Digitized by Google

EZ[19] = 306 ZC = 153

306	153	265
306	153	265
90000	10000	40000
1800	5000	12000
1800	300	1000
36	5000	12000
93636	2500	3600
	150	300
	300	1000
	150	300
	9	25
	23409	70225

Der Reſt (von $EZ^2 - ZC^2$) gibt das Quadrat von EC gleich 70227.

(das Quadrat von 265) iſt ſonach genau um 2 Einheiten kleiner, (als das Quadrat von EC.)

Man theile nun den Winkel ZEC durch die Linie EH in zwei gleiche Theile. Sonach verhält ſich ZE : EC = ZH : HC nach dem dritten Lehrſatze des ſechsten Buches der

19) Aus dieſen und den übrigen von Eutokius angeführten Multiplikationen ſehen wir, daß das Multiplikationsverfahren der Griechen dem unſrigen gerade entgegengeſetzt, und eben dadurch ungleich beſchwerlicher und weitläufiger iſt.

Digitized by Google

Elemente Euklids [20]. Und durch Verbindung, $(ZE + EC) : EC = ZC : OH$.

Und durch Verwechslung, $(ZE + EC) : ZC = EC : CH$.

ZE und EC zuſammengenommen ſind aber gröſser als 571, (denn ZE haben wir gleich 306, EC aber gleich 265 und noch einem kleinen Theile angenommen; folglich ſind ſie gröſser als 571;) ZC iſt aber gleich 153; ſonach hat auch

folglich auch $$(ZE + EC) : ZC > 571 : 153;$$ $$EC : HC > 571 : 153.$$

Daher hat $HE^2 : HC^2 > 349450 : 23409$.

Dieſs geht aus folgendem Schluſſe hervor. Da bewieſen wurde, daſs

$$EC : HC > 571 : 153,$$

und da, wenn man EC für 571 und CH für 153 gelten läſst, das Quadrat von EC gleich 326041, und das Quadrat von CH gleich 23409 iſt, und beide zuſammengenommen gleich ſind dem Quadrate von EH, welches 349450 beträgt, wovon die Wurzel dem $591\frac{1}{8}$ ſehr nahe kommt, denn das Quadrat von $591\frac{1}{8}$ iſt beinahe um $21\frac{1}{6}\frac{1}{15}$ $(= \frac{21}{90} = \frac{7}{30})$ [21] kleiner als das wirkliche (HE^2); ſo hat folglich

und $$EH^2 : HC^2 > 349450 : 23409,$$ $$EH : HC > 591\frac{1}{8} : 153.$$

---

20) Vergl. Archimed. Ueberſ. Anmerk. 12.

21) Eigentlich müſste es heiſsen $21^{15}/_{64}$. Eutokius hat ſonach den Reſt um $^{1}/_{960}$ zu klein genommen.

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

EC = 571	HC = 153	$591\frac{1}{8}$
571	153	$591\frac{1}{8}$
250000	10000	250000
35000	5000	45000
500	300	500
35000	5000	$62\frac{1}{2}$
4900	2500	45000
70	150	8100
571	300	90
326041	150	$11\frac{1}{4}$
	9	$591\frac{1}{8}$
	23409	$62\frac{1}{2}$
		$11\frac{1}{4}$
		$\frac{1}{8}$
		$\frac{1}{64}$
		$349428\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{64}\ (=\frac{49}{64})$

Dieſe zuſammengenommen ($EC^2 + HC^2$) geben das Quadrat von EH gleich 349450.

Das Quadrat von $591\frac{1}{8}$ iſt ſonach um 21 Einheiten und beinahe $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{15}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EH).

Man halbire ferner den Winkel HEC durch EF. Aus demſelben Grunde hat alſo EC : CF > 1162 ⅛ : 153.

Denn durch die Halbirung des Winkels entſteht die Proportion:

$$HE : EC = HF : FC,$$

und durch Verbindung:

$$(HE + EC) : EC = HC : CF,$$

und durch Verwechslung:

$$(HE + EC) : HC = EC : CF.$$

Nun iſt aber EC gleich 571 und noch einem kleinen Theile, EH aber gleich $591\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile, folglich ſind beide zuſammen größer als $1162\frac{1}{8}$. Ferner iſt HC gleich 153; ſonach haben

$$(HE + EC) : HC > 1162\tfrac{1}{8} : 153;$$

folglich hat auch

$$EC : CF > 1162\tfrac{1}{8} : 153.$$

Folglich hat FE : FC > $1172\frac{1}{8}$: 153, weil nehmlich bewieſen wurde, daß EC : FC > $1162\frac{1}{8}$: 153. Wollte man nun annehmen, daß ſie in dieſem Verhältniſſe ſtünden; ſo wird das Quadrat von EC gleich $1350534\frac{1}{2}\,\frac{1}{64}$ $(=\frac{33}{64})$, das Quadrat von CF aber gleich 23409 ſein. Da folglich das Quadrat von EF gleich iſt den beiden Quadraten von EC und CF znſammengenommen; ſo wird dieſes $1373943\frac{1}{2}\,\frac{1}{64}$ $(=\frac{33}{64})$ betragen, wovon die Quadratwurzel dem $1172\frac{1}{8}$ ſehr nahe kommt; denn das Quadrat dieſer Zahl iſt um $66\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EF). Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

Digitized by Google

EC=1162$\frac{1}{8}$	FC=153	1172$\frac{1}{8}$
1162$\frac{1}{8}$	153	1172$\frac{1}{8}$
1000000	10000	1000000
100000	5000	100000
60000	300	70000
2000	5000	2000
125	2500	125
100000	150	100000
10000	300	10000
6000	150	7000
200	9	200
12$\frac{1}{2}$	23409	12$\frac{1}{2}$
60000		70000
6000		7000
3600		4900
120		140
7$\frac{1}{2}$		8$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
2000		2000
200		200
120		140
4$\frac{1}{4}$		4$\frac{1}{4}$
145$\frac{1}{4}$		146$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{64}$		$\frac{1}{64}$
1350534$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$		1373877$\frac{1}{64}$

Das Quadrat von EF, welches gleich iſt den beiden Quadraten von EC und CF zuſammengenommen, beträgt 1373943$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$.

(Das Quadrat von 1172$\frac{1}{8}$) iſt ſonach um 66$\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EF).

Digitized by Google

Nun theile man den Winkel FEC durch die Linie EK in zwei gleiche Theile: daher hat $EC : CK > 2334\frac{1}{4} : 153$.

Denn es entſteht wieder durch Halbirung des Winkels FEC die Proportion:

$$FE : EC = FK : CK,$$

und durch Verbindung:

$$(FE + EC) : EC = FC : CK,$$

durch Verwechslung:

$$(FE + EC) : FC = EC : CK,$$

und da bewieſen wurde, daß FE gleich iſt $1172\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile, EC aber gleich $1162\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile; ſo ſind folglich FE und EC zuſammengenommen größer als $2334\frac{1}{4}$. Ferner wurde FC gleich 153 angenommen; ſonach hat

$$(FE + EC) : FC > 2334\frac{1}{4} : 153,$$

folglich hat auch

$$EC : CK > 2334\frac{1}{4} : 153.$$

Folglich hat $EK : CK > 2339\frac{1}{4} : 153$. Denn da wieder EC gleich $2334\frac{1}{4}$, CK aber gleich 153 angenommen wird; ſo wird das Quadrat von EC gleich $5448723\frac{1}{16}$, und das Quadrat von CK gleich 23409 ſein. Dieſen beiden Quadraten iſt aber gleich das Quadrat von KE, welches ſonach $5472132\frac{1}{16}$ beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $2339\frac{1}{4}$ ſehr nahe kommt; denn das Quadrat dieſer Zahl iſt um $41\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von KE). Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

EC = $2334\frac{1}{4}$	CK = 153	$2339\frac{1}{4}$
$2334\frac{1}{4}$	153	$2339\frac{1}{4}$
4000000	10000	4000000
600000	5000	600000
60000	300	60000
8000	5000	18000
500	2500	500
600000	150	600000
90000	300	90000
9000	150	9000
1200	9	2700
75	23409	75
60000		60000
9000		9000
900		900
120		270
$7\frac{1}{2}$		$7\frac{1}{2}$
8000		18000
1200		2700
120		270
16		81
1		$2\frac{1}{4}$
$583\frac{1}{2}$		$584\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$
$5448723\frac{1}{16}$		$5472090\frac{1}{2}\frac{1}{16}$

Dieſe zuſammengenommen (EC^2+CK^2) geben das Quadrat von EK gleich $5472132\frac{1}{16}$.

(Das Quadrat von $2339\frac{1}{4}$) iſt ſonach um $41\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EK).

Endlich halbire man den Winkel KEC durch die Linie EL; daher hat EC : CL > $4673\frac{1}{2} : 153$.

Denn es entſteht wieder durch Halbirung des Winkels die Proportion:

$$KE : EC = KL : LC,$$

und durch Verbindung:

$$(KE + EC) : EC = KC : LC,$$

durch Verwechslung:

$$(KE + EC) : KC = EC : LC.$$

Ferner iſt KE gleich $2339\frac{1}{4}$ und noch einem kleinen Theile, EC aber gleich $2334\frac{1}{4}$ und noch einem kleinen Theile; KE und EC zuſammengenommen ſind ſonach größer als $4673\frac{1}{2}$; und KC iſt gleich 153; ſonach hat

$$(KE + EC) : KC > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da ſich aber verhält

$$(KE + EC) : KC = EC : CL;$$

ſo hat folglich auch

$$EC : CL > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da nun der Winkel ZEC, der dritte Theil eines rechten,

der zwölfte Theil von 4 rechten iſt, und die Hälfte von dieſem, der Winkel HEC, der 24ſte Theil, und die Hälfte von dieſem, der Winkel FEC, der 48ſte Theil; ſo iſt folglich der Winkel KEC, als die Hälfte von jenem, der 96ſte Theil; und da wieder die Hälfte von dieſem der Winkel LEC iſt; ſo iſt dieſer der 192ſte Theil (von 4 rechten Winkeln).

Man ſetze nun, ſagt Archimedes, einen dieſem

Digitized by Google

(LEC) gleichen Winkel CEM an, und verlängere die Linie ZC bis zu M.

Folglich iſt der Winkel LEM das Doppelte des Winkels LEC, ſonach der 96ſte Theil von 4 rechten Winkeln, und die Linie CM iſt daher die Seite eines um den Kreis beſchriebenen Vieleckes, welches 96 Seiten hat.

Da nun bewieſen wurde, daß EC : CL > $4673\frac{1}{2}$: 153, und da AC von EC, LM aber von LC das Doppelte iſt; ſo hat folglich auch

AC : LM > $4673\frac{1}{2}$: 153.

Umgekehrt hat ſonach

LM : AC < 153 : $4673\frac{1}{2}$.

Und da LM die Seite eines Vieleckes iſt, welches 96 Seiten hat; ſo iſt folglich der Perimeter dieſes Vieleckes gleich 14688. (Denn 96 mit 153 multiplizirt gibt dieſe Zahl zum Produkte.) Sonach hat der Perimeter des Vieleckes zum Durchmeſſer AC ein kleineres Verhältniß als 14688 zu $4673\frac{1}{2}$. Folglich iſt der Perimeter des Vieleckes gleich dem Dreifachen des Durchmeſſers des Kreiſes, und einem Theile welcher gleich iſt $667\frac{1}{2}$. Dieſe Zahl aber iſt um den ſiebenten Theil einer Einheit kleiner als der ſiebente Theil des Durchmeſſers, (denn $667\frac{1}{2}$ mit 7 multiplizirt gibt $4672\frac{1}{2}$, welche Zahl um eine Einheit kleiner iſt als der Durchmeſſer.) Da nun der Perimeter des Vieleckes kleiner iſt als das Dreifache und $\frac{1}{7}$ (des

Durchmeſſers,) und da die Peripherie des Kreiſes kleiner iſt als die des Vielecks; ſo iſt alſo noch weit mehr die Peripherie des Kreiſes kleiner als das Dreifache und $\frac{1}{7}$ des Durchmeſſers.

Zum zweiten Theile des dritten Lehrſatzes.

In der Konſtruktion des zweiten Theiles dieſes Lehrſatzes ſagt Archimedes:

„Es ſei ein Kreis gegeben, ſein Durchmeſſer ſei AC, und der Winkel BAC ſei der dritte Theil eines rechten.“

Dieß wird der Fall ſein, wenn man vom Punkte C aus eine Linie CB zieht, die gleich iſt der Seite eines Sechseckes,[22] und die Punkte A und B durch eine gerade Linie verbindet. Denn der Winkel, welcher vom Mittelpunkte aus gegen die Endpunkte der Seite eines Sechseckes zugeht, iſt gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten, geht er aber von der Peripherie aus, gleich $\frac{1}{3}$[23].

22) CB als die Seite eines in den Kreis beſchriebenen Sechseckes iſt gleich dem Halbmeſſer, gleich AC/₂ S. Euclid. Elem. L. IV. Prop. 15.

23) Euclid. El. L. III. Prop. 20. Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι. „In jedem Kreiſe iſt der Winkel am Mittelpunkte doppelt ſo groß, als der Winkel am Umkreiſe, wenn beyde auf einerlei Bogen ſtehen.“ Lorenz.

Digitized by Google

Da nun der Winkel ABC ein rechter iſt,[24] der Winkel BAC aber gleich dem dritten Theile eines rechten; ſo iſt ACB gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten.[25] Wenn wir daher die Linie CB gegen B zu verlängern, eine dieſer (CB) gleiche Linie (Bd) abſchneiden und (den Endpunkt derſelben d) von A aus durch eine gerade Linie (Ad) verbinden; ſo wird ein gleichſeitiges Dreieck (ACd) entſtehen, und weil der Kathetus AB die Grundlinie (Cd) halbirt;[26] ſo iſt AC das Doppelte von CB. Wenn wir nun ferner AC gleich 1560 annehmen; ſo wird CB 780 ſein. Das Quadrat von AC aber iſt gleich 2433600, und das Quadrat von CB gleich 608400. Ziehen wir daher das Quadrat von CB ab vom Quadrate von AC; ſo bleibt uns übrig das Quadrat von AB gleich 1825200, wovon die Quadratwurzel dem 1351 ſehr nahe kommt, (denn das Quadrat von dieſer Zahl iſt genau um 1 größer.) Daher ſagt Archimedes:

$$AB : BC < 1351 : 780.$$

24) Euclid. El. L. III. Prop. 31. Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν. κ. τ. λ.

25) Euclid. Elem. L. I. Prop. 32. Vergl. Anmerk. 17 zu Eutok. Ueberſ.

26) Der punktirte Theil BdA in Fig. IV. findet ſich im Orginale nicht, und wurde blos der leichtern Anſchauung wegen beigefügt; eben ſo iſt auch der Buchſtabe e erſt beigeſetzt worden.

Digitized by Google

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

AC = 1560	CB = 780	1351
1560	780	1351
1000000	490000	1000000
500000	56000	300000
60000	56000	50000
500000	6400	1000
250000	608400	300000
30000		90000
60000		15000
30000		300
3600		50000[27]
2433600		15000
		2500
		50
		1351
		1825201

Wenn wir das Quadrat von BC abziehen vom Quadrate von AC; bleibt noch übrig 1825200.

(Das Quadrat von 1351) iſt um 1 Einheit größer, als das wirkliche Quadrat (von AB).

Man halbire den Winkel BAC durch die Linie AZH. Da nun der Winkel BAH gleich iſt dem Winkel HCB,

27) Bei Wallis ſteht, wahrſcheinlich durch einen Druckfehler, 500000 ſtatt 50000.

Digitized by Google

(denn es ſind Peripheriewinkel, deren Schenkel gleiche Bogen abſchneiden, [28])

ſo wie auch dem Winkel HAC; ſo iſt folglich auch HCB gleich HAC; ferner iſt der rechte Winkel AHC gemeinſchaftlich; folglich wird auch der dritte Winkel HZC gleich ſein dem dritten ACH. Das Dreieck AHC iſt daher gleichwinklig mit dem Dreiecke CHZ. Es verhält ſich daher

$$AH : HC = CH : HZ \text{ und } AC : CZ;$$

denn in gleichwinkligen Dreiecken ſind die Seiten proportional, und es entſprechen ſich jederzeit die Seiten, welche gleichen Winkeln gegenüberliegen. [29]

So wie ſich aber verhält

$AC : CZ = (CA + AB) : BC$; folglich verhält ſich auch $(BA + AC) : BC = AH : HC$.

Denn da der Winkel BAC durch die Linie AZ halbirt wurde; ſo verhält ſich

$$BA : AC = BZ : CZ,$$ [30]

---

28) S. Anmerk. 23 zu Arch. Ueberſetz.

29) S. Anmerk. 25. zu Arch. Ueberſetz.

30) Euclid. Elem. L. VI. Prop. 3. Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα την γωνιαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. κ. τ. λ.

und durch Verbindung:

$$(BA + AC) : AC = BC : CZ;$$

und durch Verwechslung:

$$(BA + AC) : BC = AC : CZ.$$

AB iſt aber kleiner als 1351, AC gleich 1560, und BC gleich 780; ſonach hat

$$(AB + AC) : BC < 2911 : 780;$$

folglich hat auch

$$AC : CZ < 2911 : 780.$$

Wie ſich aber verhält

$$AC : CZ = AH : HC;$$ [31]

deßwegen hat auch

$$AH : HC < 2911 : 780.$$

Daher wird denn das Quadrat von AH gleich ſein 8473921, und das Quadrat von HC gleich 608400. Dieſen beiden Quadraten zuſammengenommen iſt gleich das Quadrat von AC, welches ſonach 9082321 beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $3013\frac{3}{4}$ ſehr nahe kommt; denn das genaue Quadrat von dieſer iſt um $368\frac{1}{16}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC); deßwegen alſo ſagt Archimedes, daß

$$AC : CH < 3013\tfrac{3}{4} : 780.$$

„Wird ein Winkel (A) eines Triangels (ABC) von einer geraden Linie (AZ) halbirt: ſo ſchneidet ſolche, genugſam verlängert, die dem Winkel gegenüberliegende Seite (BC) den beyden andern (AB, AC) proportionirt." u. ſ. w. Lorenz.

31) Verglch. Anmerk. 29. zu Eutok. Ueberſ.

Digitized by Google

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

AH = 2911	HC = 780	$3013\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
2911	780	$3013\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
4000000	490000	9000000
1800000	56000	30000
20000	56000	9000
2000	6400	1500
1800000	608400	750
810000		30000
9000		100
900		30
20000		5
9000		$2\frac{1}{2}$
100		9000
10		30
2911		9
8473921		$1\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4}$
		1500
Die Quadrate von AH und HC ſind gleich 9082321.		5
		$1\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}$
		750
		$2\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$
		$9082689\frac{1}{16}$

(Das Quadrat von $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$) iſt um $368\frac{1}{16}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC).

Nun halbire man den Winkel CAH durch AF. Durch Halbirung des Winkels, dann wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke (ACF und CeF), und der Proportionalität der Seiten, und durch Verbindung und Verwechslung entſteht die Proportion:

$$(HA + AC) : HC = AF : FC. \text{ [32]}$$

AH iſt nun nach der Annahme kleiner als 2911, und AC kleiner als $3013\frac{3}{4}$; ſonach ſind HA und AC zuſammengenommen kleiner als $5924\frac{3}{4}$; HC aber iſt gleich 780; ſonach hat

$$(HA + AC) : HC < 5924\tfrac{3}{4} : 780.$$

Folglich hat auch

$$AF : FC < 5924\tfrac{3}{4} : 780.$$

Daher hat

$$AF : FC < 455\tfrac{3}{4} : 60.$$

---

32) Die Richtigkeit dieſer Proportion geht aus folgenden Sätzen hervor. Wegen Halbirung des Winkels CAH verhält ſich (Euclid. El. L. VI. Prop. 3.)

$$HA : AC = He : eC,$$

und durch Verbindung:

$$(HA + AC) : AC = HC : eC,$$

und durch Verwechslung:

$$(HA + AC) : HC = AC : eC.$$

Nun verhält ſich aber wegen Aehnlichkeit der Dreiecke ACF und CeF

$$AF : FC = CF : Fe = AC : eC;$$

folglich verhält ſich auch

$$(HA + AC) : HC = AF : FC.$$

Digitized by Google

Denn dieſe beiden Zahlen ſind der 13te Theil der beiden vorigen. Nimmt man das Vierfache von ihnen; ſo hat auch

$$AF : FC < 1823 : 240.$$

Denn deßwegen ſagt Archimedes: dieſe beiden Zahlen ſind 4mal der 13te Theil von den beiden vorigen. Da ferner AF gleich 1823 iſt; ſo iſt das Quadrat hievon 3323329. FC iſt aber gleich 240, folglich das Quadrat gleich 57600. Den beiden Quadraten von AF und FC iſt aber gleich das Quadrat von AC; dieſes wird ſonach 3330929 betragen, wovon die Quadratwurzel der Zahl $1838\frac{9}{11}$ ſehr nahe kommt. Denn das Quadrat derſelben iſt nahebei um 323 größer als das wirkliche Quadrat (von AC). Sonach hat

$$AC : FC < 1838\tfrac{9}{11} : 240.$$

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

AF = 1823
1823

1000000
800000
20000
3000
800000
640000
16000
2400
20000
16000
400
60
3000
2400
60
9

3323329

Dieſen beiden Quadraten zuſammengenommen iſt gleich das Quadrat von AC 3380929.

FC = 240
240

40000
8000
8000
1600

57600

$1838\frac{9}{11}$
$1838\frac{9}{11}$

1000000
800000
30000
8000
$818\frac{2}{11}$
800000
640000
24000
6400
$654\frac{6}{11}$
30000
24000
900
240
$24\frac{6}{11}$
8000
6400
240
64
$6\frac{6}{11}$
$818\frac{2}{11}$
$654\frac{6}{11}$
$24\frac{6}{11}$
$6\frac{6}{11}$
$\frac{81}{121}$

$3381251\frac{7}{11}\ \frac{81}{121}$
$(=3381252\frac{37}{121})$

(Das Quadrat von $1838\frac{9}{11}$) iſt ſonach beinahe um 323 größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

Ferner theile man den Winkel FAC durch KA in zwei gleiche Theile.

Auch hier entſteht wieder durch Halbirung des Winkels, dann wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke und der Proportionalität der Seiten, und durch Verbindung und Verwechslung die Proportion:

$$(FA + AC) : CF = AK : KC.$$

Allein die beiden Linien FA und AC ſind kleiner als $3661\frac{9}{11}$, weil nach der Annahme FA kleiner als 1823 und AC kleiner als $1838\frac{9}{11}$ iſt. FC aber iſt gleich 240; folglich hat

$$(FA + AC) : FC < 3661\tfrac{9}{11} : 240;$$

daher hat auch

$$AK : KC < 3661\tfrac{9}{11} : 240.$$

Und da nun von $3661\frac{9}{11}$ 11mal der 40ſte Theil 1007, von 240 aber 66 iſt; ſo hat folglich

$$AK : KC < 1007 : 66.$$

Nun iſt das Quadrat von AK gleich 1014049, das von KC aber gleich 4356, und dieſen beiden zuſammengenommen iſt gleich das Quadrat von AC, welches 1018405 beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $1009\frac{1}{6}$ ſehr nahe kommt, denn das Quadrat dieſer Zahl iſt um $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC); folglich hat

$$AC : CK < 1009\tfrac{1}{6} : 66.$$

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

Digitized by Google

AK = 1007	KC = 66	$1009\frac{1}{6}$
1007	66	$1009\frac{1}{6}$
1000000	3600	1000000
7000	360	9000
7000	360	$166\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$
49	36	9000
1014049	4356	81
		$1\frac{1}{2}$
		$166\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$
		$1\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{36}$
		$1018417\frac{1}{3}\ \frac{1}{36}$

Dieſen beiden Quadraten zuſammengenommen iſt gleich das Quadrat von AC 1018405.

(Das Quadrat von $1009\frac{1}{6}$) iſt um $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$ größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

Endlich halbire man den Winkel KAC durch die Linie AL.

Aus gleichen Gründen (wie oben) ergiebt ſich die Proportion:

$$(KA + AC) : KC = AL : LC.$$

Nun iſt AK kleiner als 1007, AC aber kleiner als $1009\frac{1}{6}$, und KC gleich 66, folglich hat

$$(KA + AC) : KC < 2016\tfrac{1}{6} : 66;$$

und ſonach hat auch

$$AL : LC < 2016\tfrac{1}{6} : 66.$$

Da ferner AL nach der Annahme gleich $2016\frac{1}{6}$ iſt, wovon das Quadrat $4064928\frac{1}{36}$ beträgt, LC aber gleich 66, wovon das Quadrat gleich 4356 iſt, und da dieſen beiden Quadraten zuſammengenommen das von AC gleich iſt; ſo wird dieſes gleich $4069284\frac{1}{36}$ ſein, wovon die Quadratwurzel der Zahl $2017\frac{1}{4}$ ſehr nahe kommt; denn das Quadrat hievon iſt nur um $13\frac{1}{2}\frac{1}{29}$ größer als das vollkommene Quadrat (von AC). Folglich hat

$$AC : CL < 2017\tfrac{1}{4} : 66.$$

Das Multiplikationsverfahren ſelbſt aber ſoll beigefügt werden.

AL = $2016\frac{1}{6}$	LC = 66	$2017\frac{1}{4}$
$2016\frac{1}{6}$	66	$2017\frac{1}{4}$
4000000	3600	4000000
20000	360	20000
12000	360	14000
$333\frac{1}{3}$	36	500
20000	4356	20000
100		100
60		70
$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$		$2\frac{1}{2}$
12000		14000
60		70
36		49
1		$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
$333\frac{1}{3}$		500
$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$		$2\frac{1}{2}$
1		$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
$\frac{1}{36}$		$\frac{1}{16}$
$4064928\frac{1}{36}$		$4069297\frac{1}{2}\ \frac{1}{16}$

Dieſen beiden Quadraten zuſammengenommen iſt gleich das Quadrat von AC $4069284\frac{1}{36}$.

(Das Quadrat von $2017\frac{1}{4}$) iſt um $13\frac{1}{2}\frac{1}{29}$ [33] größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

33) $13\frac{1}{2}\frac{1}{29} = 13\frac{31}{58}$ ſollte eigentlich heißen $13\frac{77}{144}$. Der Bruch iſt ſonach um $\frac{1}{4176}$ zu klein.

Digitized by Google

Da nun

$$AC : LC < 2017\tfrac{1}{4} : 66;$$

ſo hat folglich umgekehrt

$$LC : CA > 66 : 2017\tfrac{1}{4}.$$

Da ferner der Bogen CB der 6te Theil des Kreiſes iſt; ſo iſt folglich HC der 12te, FC der 24ſte, KC der 48ſte, und LC der 96ſte Theil desſelben. Demnach iſt die Linie LC die Seite eines (in den Kreis gezeichneten) 96eckes. LC iſt aber 66. Sonach hat der Perimeter des 96eckes zum Durchmeſſer des Kreiſes ein größeres Verhältniß als 6336[34] zu $2017\frac{1}{4}$. Die erſte Zahl iſt aber um $284\frac{1}{4}$ größer als das Dreifache der letztern,[35] und dieſe ($284\frac{1}{4}$) iſt kleiner als $\frac{10}{71}$ (von $2017\frac{1}{4}$)[36]. Der 70ſte Theil beträgt aber beinahe $27\frac{1}{2}\,\frac{1}{8}$, und das Zehnfache hievon 277[37].

---

34) $6336 = 96 \times 66$. —

35) $2017\frac{1}{4} \times 3 = 6051\frac{3}{4}$, $6051\frac{3}{4} + 284\frac{1}{4} = 6336$. —

36) 10 mal der 71ſte Theil von $217\frac{1}{4}$ beträgt $284\frac{34}{284} = 284\frac{17}{142}$; ſonach iſt $284\frac{1}{4}$ nicht kleiner ſondern größer als $\frac{10}{71}$ von $2017\frac{1}{4}$, und zwar um $\frac{37}{284}$; denn bringt man $\frac{1}{4}$ und $\frac{17}{142}$ unter gleiche Nenner; ſo ergiebt ſich: $\frac{142,\ 68}{568}$ (nach geſchehener Subtraktion) $= \frac{74}{568} = \frac{37}{284}$.

37) Dieſe ganze Stelle iſt mathematiſch unrichtig, und muß alſo heißen: „und dieſe ($284\frac{1}{4}$) iſt größer als $\frac{10}{71}$ (von $2017\frac{1}{4}$). Denn der 71ſte Theil von $2017\frac{1}{4}$ iſt gleich $28\frac{117}{284}$, und das Zehnfache hievon gleich $284\frac{17}{142}$. Wallis überſetzt alſo: Pars utique septuagesima est

Folglich iſt die Peripherie des Kreiſes noch weit mehr größer als das Dreifache und $\frac{10}{71}$ des Durchmeſſers.

So viel in meinen Kräften ſtand, habe ich nun die von Archimedes angegebenen Zahlen einigermaſſen erläutert.

Wiſſenswerth iſt aber noch, daß auch Apollonius von Perga in ſeinem Okytoboon [38] dasſelbe durch andere Zahlen bewieſen hat, wodurch er ſich der Sache noch mehr näherte. Dieß mag nun allerdings den Anſchein größerer Genauigkeit haben, allein eine ſolche

---

$27\,{}^1/_2{}^1/_6$ proxime; hujusque decuplum 277, und macht folg. Bemerkung hinzu: Imo illud est, $28\,{}^{117}/_{284}$; (dann heißt es aber unrichtig pars septuagesima ſtatt pars septuagesima prima.) hoc $284\,{}^{17}/_{142}$; quod tamen minus est quam $284\,{}^1/_4$."

38) Apollonius von Perga in Pamphilien, der um 200 v. Chr. lebte, lernte von den Schülern Euklids die Mathematik, und machte ſich durch ſein Werk über die Kegelſchnitte, welches viele neue Entdeckungen enthielt, und das wir zum Theile noch beſitzen, vorzüglich bekannt. — Das hier angeführte Werk iſt verloren gegangen; auch läßt ſich über den Inhalt desſelben außer dieſer Angabe nichts mit Gewißheit beſtimmen. Wallis vermuthet, es habe von der Multiplikation beliebig großer Zahlen gehandelt. S. Wallis opp. math. Tom. III. p 599. ad Papp. Alex. math. collect. L. II Prop. 18. und Fabr. Bibl gr. L III. c. 22. p. 562.

war für den Zweck des Archimedes nicht zuträglich; denn wir ſagten, er habe in dieſem Werkchen die Abſicht, die Sache nur nahebei zu beſtimmen wegen ihrer Anwendung in dem Leben. Daher wird man denn auch finden, wie ungelegen Porus von Nikäa 39) den Archimedes darum tadelt, weil er die gerade Linie, welcher die Peripherie des Kreiſes gleich iſt, nicht genau aufgefunden habe. Deßwegen ſagt eben dieſer in den Kerien, 39) ſein Lehrer Philo von Gadara 39) habe dieſes durch genauere Zahlen gefunden, als jene ſeien, die Archimedes angegeben hätte, nehmlich 7 und 22. Ja es ſcheinen alle ohne Ausnahme ſeinen Zweck verkannt zu haben; denn ſie bedienen ſich

---

39) Porus von Nikäa, den Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 14. p. 386. Sporus Nicaenus nennt, (auch Jos. Scalig. Elem. Cyclomet. Proleg. p. 5. erwähnt eines Sporus Nicenus, der wahrſcheinlich mit unſerm Porus eine Perſon iſt,) war ein Schüler des Philo von Gadara, und ſchrieb, wie aus unſerer Stelle erſichtlich iſt, ein Werk, κηρια betitelt, welches verloren ging. Verglch. Eutok. im Eingange Anmerk. g. und Ueberſetz. Anmerk. 6. Weder von ihm, noch von ſeinem Lehrer Philo von Gadara (Fabr. l. c. Philo Gadarenus sive Gaditanus) läßt ſich außer den Nachrichten des Eutokius etwas mit Gewißheit angeben. Verglch. Jos. Scalig. l. c. p. 4.

der Multiplikationen und Diviſionen mit Myriaden, denen nicht leicht einer folgen kann, ohne in der Logiſtik des Magnus bewandert zu ſein [40]. Wollte denn aber doch einer die Sache ganz bis auf das Kleinſte beſtimmen; ſo müßte er die Μαθηματικὴ

40) Nachrichten von Magnus aufzuſinden, war mir unmöglich. Logiſtik bedeutet im Gegenſatze der Arithmetik, welche ſich als der theoretiſche Theil mit den Eigenſchaften und Verhältniſſen der Zahlen beſchäftigt, die praktiſche Rechenkunſt. Verglch. Käſtners Geſch. der Math. 1 Thl. S. 44. §. 20 u. S. 52 §. 29. — Die der Basler Ausgabe beigefügte Ueberſetzung giebt dieſe Stelle alſo wieder: Utuntur tamen multiplicationibus myriadum, et divisionibus, quibus non est facile assequi inductum, et rationibus magnis. Si quis vero voluerit omnino ad minuta magis hanc rem adducere, utatur licet his quae in compositione mathematica a Claudio Ptolemaeo tradita sunt, vel quae sequuntur ex illis per partes et minutissimum calculum, et per rectas in circulo sitas. Et ego utique hoc jam fecissem, nisi quod saepe dixi, intellexissem, quod per ea quae dicta sunt, non potest ad exquisitissimum perveniri, ut inveniatur recta linea, quae sit circumferentiae circuli dati aequalis. Quamquam proxime quis ac fere habuerit eam. Et quae ab Archimede sunt hic dicta, sufficiant.

Digitized by Google

Σύνταξις des Klaudius Ptolemäus [41] vollkommen verſtehen, und dieſes durch Grade, Minuten und gerade in den Kreis gezeichnete Linien zu Stande bringen; und auch ich würde dieſes gethan haben, wenn ich nicht, wie ich ſchon oft ſagte, wüßte, daß es unmöglich ſei, durch die hier angegebenen Hilfsmittel eine gerade, der Peripherie des Kreiſes vollkommen gleiche, Linie zu finden; will aber Jemand die Sache nur nahebei und bis auf einen kleinen Theil wiſſen; ſo iſt das zureichend, was Archimedes hier geſagt hat.

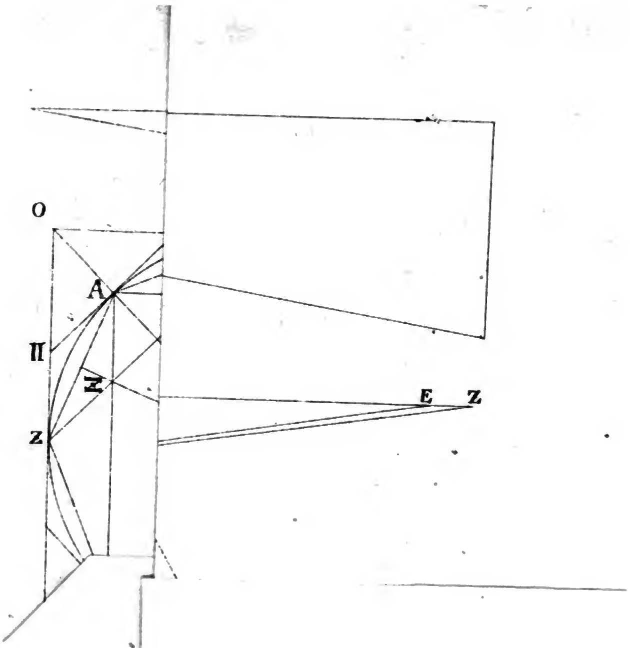
Kommentar des Eutokius von Aſkalon zu der Kreis-Meſſung des Archimedes, nach der von Iſidor dem Mechaniker aus Milet, [42]) unſerem Lehrer, durchgeſehenen Ausgabe.

41) Vergl. Anmerk. 13.

42) Vergleich. Einleit. S. 11 u. 12.

Gedruckt mit Dr. C. Wolf'ſchen Schriften.

Digitized by Google



Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Kreis-Meſſung

des

Archimedes von Syrakus

nebſt

dem dazu gehörigen Kommentare

des

Eutokius von Aſkalon,

aus dem Griechiſchen überſetzt und erklärt

von

Joſeph Gutenäcker.

Digitized by Google